

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA**

**FLUXO DE ENERGIA VIBRATÓRIA ATRAVÉS DA BASE DE FIXAÇÃO DE MÁQUINAS
PARA A ESTRUTURA DE PLATAFORMAS *OFFSHORE***

Dissertação submetida à

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

para a obtenção do grau de

MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA

VINÍCIUS LOSADA GOUVEIA

Florianópolis, Março 2003.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA**

**FLUXO DE ENERGIA VIBRATÓRIA ATRAVÉS DA BASE DE FIXAÇÃO DE MÁQUINAS
PARA A ESTRUTURA DE PLATAFORMAS *OFFSHORE***

VINÍCIUS LOSADA GOUVEIA

**Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de
MESTRE EM ENGENHARIA**

**ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA
sendo aprovada em sua forma final.**

Arcanjo Lenzi, Ph.D. - Orientador

Marcelo Krajnc Alves, Ph.D. – Co-orientador

José Antônio Bellini da Cunha Neto, Dr. - Coordenador do Curso

BANCA EXAMINADORA

Edison da Rosa, Dr. Eng. - Presidente

Roberto Jordan, Dr. Eng.

José Carlos Pereira, Dr.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, ao meu orientador Arcanjo Lenzi, que desde o início da graduação deu-me uma oportunidade de iniciar os estudos na área de vibrações e acústica através de uma bolsa de iniciação científica.

A todos meus colegas do LVA (Laboratório de Vibrações e Acústica – UFSC), pelo grande apoio e amizade.

A minha família e a Fabíola.

A ANP (Agência Nacional do Petróleo) pelo apoio financeiro e a UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina por me acolher como estudante da graduação e pós-graduação.

Sumário

Lista de Figuras.....	vi
Lista de Tabelas.....	xii
Simbologia.....	xiii
Resumo.....	xv
Abstract.....	xvi
1 – Introdução.....	1
1.1 – Motivação.....	1
1.2 – Objetivos Gerais.....	3
1.3 – Revisão Bibliográfica.....	4
1.4 – Conteúdo dos Capítulos.....	7
2 – Conceitos Básicos.....	9
2.1 - Ondas de Flexão em Vigas.....	9
2.1.1 - Vigas Euler-Bernoulli.....	9
2.1.2 - Vigas Timoshenko.....	11
2.2 – Modelos de Placa.....	13
2.2.1 - Placa Kirchhoff.....	13
2.2.2 - Placas Mindlin-Reissner.....	13
2.3 - Onda de Flexão em Placas.....	14
2.4 - Densidade Modal.....	17
2.5 - Energia Vibratória.....	18
2.6 - Fluxo de Potência Vibratória.....	18
2.7 - Função Mobilidade.....	21
2.8 - Método de Elementos Finitos.....	21
2.8.1 - Análise Modal.....	22
2.8.2 - Análise Harmônica.....	24
3 - Análise da Base.....	25
3.1 - Análise Experimental da Base.....	28
4 - Análise da Placa Plana Simples e Reforçada.....	32
4.1 - Placa Plana.....	32
4.1.1 - Análise Analítica das Frequências Naturais da Placa Plana.....	32
4.1.2 - Densidade Modal.....	34

4.2 - Placa Plana Reforçada por Vigas.....	35
4.2.1 - Análise Experimental da Placa Reforçada.....	39
4.3 - Análise da Parte Real da Mobilidade Pontual da Placa Reforçada e Simplesmente Apoiada.....	42
5 - Análise da Placa Reforçada com a Base Acoplada.....	55
5.1 - Modelo de Elementos Finitos.....	57
5.2 - Localização da Base.....	58
5.3 - Análise do Tipo de Carregamento Aplicado sobre a Base.....	60
5.4 - Análise da Eficiência da Base.....	67
5.5 - Análise do Fluxo de Potência.....	79
5.6 - Análise da Variação Dimensional da Base.....	80
6 – Conclusões.....	83
Referências Bibliográficas.....	86
Apêndice A - Parte Real das Mobilidades Pontuais em Placas Reforçadas e Placas Simplesmente Apoiadas.....	89
Apêndice B - Frequências Naturais da Placa Reforçada com a Base Acoplada nas 3 Configurações.....	94
Apêndice C - Excitações sobre a Placa Reforçada.....	95
Apêndice D - Resultados Referentes à Variação da Espessura da Base.....	97

Lista de Figuras

Figura 1.1: Plataforma <i>Offshore</i>	1
Figura 1.2: Base de máquinas em plataformas <i>offshore</i> (fotos extraídas nas mesmas).....	2
Figura 1.3: Placas reforçadas por vigas típicas das plataformas <i>offshore</i> (fotos extraídas nas mesmas).....	2
Figura 1.4: Esquema da transmissão de energia vibratória pela estrutura.....	3
Figura 1.5: Placa reforçada por vigas “T” invertidos com a base (viga “C”) acoplada.....	4
Figura 2.1: Condições de contorno para ondas de flexão. Extremidade fixa, extremidade livre e extremidade apoiada, respectivamente.....	11
Figura 2.2: Placa plana simplesmente apoiada.....	14
Figura 2.3: Sistema formado por dois componentes.....	19
Figura 2.4: Sistema representando o balanço de potência.....	19
Figura 2.5: Força aplicada em um sistema genérico.....	20
Figura 2.6: Momento aplicado a um sistema genérico.....	20
Figura 2.7: Função Mobilidade.....	21
Figura 2.8: Elemento SHELL 63 de 4 nós (a) e elemento SHELL 93 de 8 nós (b).....	22
Figura 3.1: Localização da base.....	25
Figura 3.2: Dimensões da viga da base.....	26
Figura 3.3: Base modelada em Elementos Finitos.....	26
Figura 3.4: Modos e Frequências naturais da base.....	27
Figura 3.5: Dimensões da viga da base experimental Real.....	29
Figura 3.6: Dimensões da viga da base experimental modelado.....	29
Figura 3.7: Diagrama do sistema de medição usado para obtenção de Função de Resposta em Frequência.....	29
Figura 3.8: Comparação entre resultado em elementos finitos e experimental para a aba dianteira.....	30
Figura 3.9: Comparação entre resultado em elementos finitos e experimental para a aba traseira.....	31
Figura 4.1: Vista oblíqua inferior da placa reforçada por vigas “T” invertida.....	36
Figura 4.2: Seção transversal da viga “T” invertida.....	36
Figura 4.3: Condição de contorno da placa reforçada por vigas.....	36
Figura 4.4: Vista inferior da placa plana reforçada por vigas “L”	39

Figura 4.5: Vista traseira da placa reforçada por vigas “L”.....	40
Figura 4.6: Detalhe das vigas “L”.....	40
Figura 4.7: Foto do Experimento da placa plana reforçada por vigas “L”.....	41
Figura 4.8: Comparação entre resultado em elementos finitos e experimental.....	42
Figura 4.9: Intervalos nos quais são calculadas as mobilidades pontuais devidas à força unitária.....	43
Figura 4.10: Parte Real das Mobilidades pontuais da placa plana reforçada no intervalo $y = 0,375$ m e $x = (0,75\text{m} - 1,70\text{m})$ no intervalo de frequência de 0 até 1 kHz.....	44
Figura 4.11: Parte Real das Mobilidades pontuais da placa plana reforçada no intervalo $y = 0,375$ m e $x = (0,80\text{ m} - 1,70\text{ m})$ no intervalo de frequência de 0 até 1 kHz.....	45
Figura 4.12: Corte da placa reforçada na localização Centro.....	46
Figura 4.13: Parte Real das Mobilidades pontuais da placa plana reforçada no intervalo $y = 0,675$ m e $x = (0,75\text{ m} - 1,35\text{ m})$ no intervalo de frequência de 0 até 1 kHz.....	46
Figura 4.14: Parte Real das Mobilidades pontuais da placa plana reforçada no intervalo $y = 0,675$ m e $x = (0,75\text{ m} - 1,35\text{ m})$ no intervalo de frequência de 0 até 1 kHz.....	47
Figura 4.15: Média das partes reais da mobilidade dos quatros intervalos analisados da placa reforçada.....	48
Figura 4.16: Intervalos nos quais são calculadas as Mobilidades pontuais devido a Força unitária.....	49
Figura 4.17: Parte Real das Mobilidades pontuais da placa plana simplesmente apoiada no intervalo $y = 0,375$ m e $x = (0,75\text{ m} - 1,70\text{ m})$ no intervalo de frequência de 0 até 1 kHz....	50
Figura 4.18: Média das partes reais da mobilidade dos quatros intervalos analisados da placa plana simplesmente apoiada.....	51
Figura 4.19: Comparação entre a média da parte real da mobilidade da placa plana simplesmente apoiada com a da placa reforçada por vigas no intervalo $y = 0,375$ m e $x = (0,75\text{ m}, 1,70\text{ m})$	52
Figura 4.20: Comparação entre a média da parte real da mobilidade da placa plana simplesmente apoiada com a da placa reforçada por vigas no intervalo $x = 0,725$ m e $y = (0,40\text{ m}, 1,10\text{ m})$	52
Figura 4.21: Comparação entre a média da parte real da mobilidade da placa plana simplesmente apoiada com a da placa reforçada por vigas no intervalo $y = 0,675$ m e $x = (0,75\text{ m}, 1,35\text{ m})$	53

Figura 4.22: Comparação entre a média da parte real da mobilidade da placa plana simplesmente apoiada com a da placa reforçada por vigas no intervalo $x = 1,125$ m e $y = (0,40$ m, $0,80$ m).....	53
Figura 4.23: Atenuação provocada pelas vigas de reforço no intervalo $x = 0,725$ m e $y = (0,40$ m, $1,10$ m).....	54
Figura 4.24: Atenuação provocada pelas vigas de reforço no intervalo $x = 1,125$ m e $y = (0,40$ m, $0,80$ m).....	54
Figura 4.25: Atenuação provocada pelas vigas de reforço no intervalo $y = 0,675$ m e $x = (0,75$ m, $1,35$ m).....	54
Figura 4.26: Atenuação provocada pelas vigas de reforço no intervalo $y = 0,375$ m e $x = (0,75$ m, $1,70$ m).....	54
Figura 5.1: Placa reforçada por vigas T invertidas.....	55
Figura 5.2: Distribuição dos pontos de aquisição das velocidades: 24 nós, 36 nós e 92 nós, respectivamente.....	56
Figura 5.3: média temporal e espacial da velocidade quadrada em função das quantidades de nós (0Hz a 1KHz).....	57
Figura 5.4: Detalhe da ligação rígida entre os nós da base e os nós da placa reforçada por vigas.....	58
Figura 5.5: Condição de contorno da placa reforçada por vigas.....	58
Figura 5.6: Configurações: (a) Centro, (b) Canto, (c) Frente e (d) Vista traseira da placa reforçada.....	59
Figura 5.7: Fluxograma referente à análise do tipo de carregamento aplicada sobre a base..	62
Figura 5.8: Resultado dos tipos de excitações na base localizada no Centro de 0 Hz a 1000 Hz.....	63
Figura 5.9: Resultado dos tipos de excitações na Base localizada no Canto de 0Hz a 1000Hz.....	63
Figura 5.10: Resultado dos tipos de excitações na Base localizada no Frente de 0Hz a 1000Hz.....	63
Figura 5.11: Comparação da Velocidade Média Quadrática em função do tipo de excitação – Base Centro.....	64
Figura 5.12: Comparação da Velocidade Média Quadrática em função do tipo de excitação – Base Canto.....	64

Figura 5.13: Comparação da Velocidade Média Quadrática em função do tipo de excitação – Base Frente.....	65
Figura 5.14: Comparação da Velocidade Média Quadrática com excitação do Tipo 01.....	66
Figura 5.15: Comparação da Velocidade Média Quadrática com excitação do Tipo 02.....	66
Figura 5.16: Comparação da Velocidade Média Quadrática com excitação do Tipo 03.....	66
Figura 5.17: Comparação da Velocidade Média Quadrática com excitação do Tipo 04.....	67
Figura 5.18: Comparação da Velocidade Média Quadrática com excitação do Tipo 05.....	67
Figura 5.19: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Centro, com excitação do Tipo 01 (Banda estreita).....	68
Figura 5.20: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Centro, com excitação do Tipo 02 (Banda estreita).....	68
Figura 5.21: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Centro, com excitação do Tipo 03 (Banda estreita).....	68
Figura 5.22: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Centro, com excitação do Tipo 04 (Banda estreita).....	69
Figura 5.23: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Centro, com excitação do Tipo 05 (Banda estreita).....	69
Figura 5.24: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Centro, com excitação do Tipo 01 (Banda 1 Oitava).....	69
Figura 5.25: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Centro, com excitação do Tipo 02 (Banda 1 Oitava).....	70
Figura 5.26: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Centro, com excitação do Tipo 03 (Banda 1 Oitava).....	70
Figura 5.27: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Centro, com excitação do Tipo 04 (Banda 1 Oitava).....	70
Figura 5.28: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Centro, com excitação do Tipo 05 (Banda 1 Oitava).....	71
Figura 5.29: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Canto, com excitação do Tipo 01 (Banda estreita).....	72
Figura 5.30: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Canto, com excitação do Tipo 02 (Banda estreita).....	72
Figura 5.31: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Canto, com excitação do Tipo 03 (Banda estreita).....	72

Figura 5.32: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Canto, com excitação do Tipo 04 (Banda estreita).....	73
Figura 5.33: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Canto, com excitação do Tipo 05 (Banda estreita).....	73
Figura 5.34: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Canto, com excitação do Tipo 01 (Banda 1 Oitava).....	73
Figura 5.35: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Canto, com excitação do Tipo 02 (Banda 1 Oitava).....	74
Figura 5.36: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Canto, com excitação do Tipo 03 (Banda 1 Oitava).....	74
Figura 5.37: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Canto, com excitação do Tipo 04 (Banda 1 Oitava)	74
Figura 5.38: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Canto, com excitação do Tipo 05 (Banda 1 Oitava)	75
Figura 5.39: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Frente, com excitação do Tipo 01 (Banda estreita)	75
Figura 5.40: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem base, na localização Frente, com excitação do Tipo 02 (Banda estreita)	75
Figura 5.41: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Frente, com excitação do Tipo 03 (Banda estreita)	76
Figura 5.42: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Frente, com excitação do Tipo 04 (Banda estreita)	76
Figura 5.43: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Frente, com excitação do Tipo 05 (Banda estreita).	76
Figura 5.44: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Frente, com excitação do Tipo 01 (Banda 1 Oitava).	77
Figura 5.45: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Frente, com excitação do Tipo 02 (Banda 1 Oitava).	77
Figura 5.46: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Frente, com excitação do Tipo 03 (Banda 1 Oitava).	78
Figura 5.47: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Frente, com excitação do Tipo 04 (Banda 1 Oitava)	78

Figura 5.48: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Frente, com excitação do Tipo 05 (Banda 1 Oitava)	79
Figura 5.49: Fluxo de Potência Transferida (intervalo: 0 – 1000Hz) da base na localização Centro para a placa plana reforçada por vigas devido à excitação (Tipo 02) sobre a base....	80
Figura 5.50: Resultados referentes a variação dimensional da espessura da base na localização Centro de 0 Hz a 1000 Hz.....	81
Figura 5.51: Resultados referentes à variação dimensional da espessura da base na localização Centro em 1 Oitava.....	81
Figura 5.52: Atenuações provocadas pelo aumento em 10 mm na espessura das abas e da alma da base.....	82
Figura 5.53: Atenuações provocadas pelo aumento em 5 mm na espessura das abas e da alma da base.....	82

Lista de Tabelas

Tabela 3.1: Freqüências naturais da base.....	28
Tabela 4.1: Valores utilizados para o cálculo das freqüências naturais da placa plana simplesmente apoiada.....	33
Tabela 4.2: Comparação do método de elementos finitos com o método analítico da placa plana simplesmente apoiada (2,10 m x 1,80 m x 7 mm).....	33
Tabela 4.3: Número de modos da placa plana simplesmente apoiada.....	35
Tabela 4.4: Comparação das densidades modais calculadas pelo método de Elementos Finitos e pela Equação 2.40.....	35
Tabela 4.5: Primeiros 16 modos de vibração e freqüências naturais da placa plana reforçada por vigas modeladas em elementos finitos (2,10 m x 1,80 m x 7 mm).....	37
Tabela 4.6: Comparação das densidades modais da placa plana simplesmente apoiada e da placa plana reforçada por vigas.....	38
Tabela 5.1: Número de nós e respectivos tempos de processamento.....	56

Simbologia

Alfabeto Latino:

A	Área da seção transversal
$[C]$	Matriz de amortecimento
c_f	Velocidade do som para ondas de flexão
c_l	Velocidade do som para ondas longitudinais
E	Módulo de elasticidade
E	Energia Vibratória
f	Frequência [Hz]
F_f	Força cortante
G	Módulo de elasticidade ao cisalhamento
h	Espessura da placa
I	Momento de inércia
k_f	Número de onda de flexão
$[K]$	Matriz de rigidez
L_x	Comprimento na direção x
L_y	Comprimento na direção y
M	Momento fletor
m	Massa da estrutura
$[M]$	Matriz de massa
$n(f)$	Densidade modal
$N_{\Delta f}$	Número de modos
r	Coeficiente de cisalhamento de Timoshenko
t	Tempo
v	Deslocamento transversal
V_{RMS}	Velocidade em RMS – <i>Root Mean Square</i>
$\left\langle \overline{V^2} \right\rangle$	Média temporal e espacial da velocidade quadrada
W	Fluxo de potência
w	Deflexão angular

$Y(f)$	Função Mobilidade
Z	Impedância
Δf	Largura da banda
$\{u\}$	Vetor deslocamento

Alfabeto Grego:

ρ	Densidade do material
Δf	Largura da banda
ε_z	Tensão normal na direção z
ν	Coefficiente de Poisson
λ	Comprimento de onda
σ_z	Tensão normal transversal
η	Fator de perda estrutural
$\dot{\theta}$	Velocidade angular
$\{\phi\}_i$	Auto-vetor que representa o modo da i-ésima frequência natural
ω	Frequência angular [rad/s]

Convenções

\sim	Variável complexa
$*$	Complexo conjugado
$\text{Re}()$	Parte real do número complexo
$\text{Im}()$	Parte imaginária do número complexo
i	$\sqrt{-1}$
\bullet	Derivada temporal

Resumo

Plataformas *offshore* de prospecção e produção de petróleo caracterizam-se por possuírem um grande número de máquinas e equipamentos de grande porte instalados diretamente sobre a estrutura principal. As vibrações geradas por estas máquinas propagam-se com relativa facilidade através da estrutura, atingindo as áreas de alojamentos e de recreação onde os níveis de ruído devem ser cuidadosamente controlados a fim de evitar o stress excessivo aos seus ocupantes, o que pode causar sérios problemas de segurança e produtividade. Estas máquinas são, na maioria das vezes, fixadas rigidamente aos pisos dos vários ambientes das plataformas, apoiadas sobre vigas de reforço, que por sua vez estão unidas à estrutura principal. As vibrações transmitem-se estruturalmente, principalmente as componentes de baixas frequências que são pouco atenuadas pela estrutura e pelas reflexões nas descontinuidades. O objetivo principal deste trabalho consiste em analisar a influência da base de fixação de máquinas, denominadas *skid*, no fluxo de energia vibratória para a estrutura de plataformas, compostas basicamente de placas reforçadas por vigas. Neste estudo foi considerado um perfil típico de viga (tipo C) para a construção da base da máquina. A análise foi desenvolvida através de modelos de Elementos Finitos, considerando diversas formas de fixação da base à placa principal, que serve de apoio ao conjunto. Os efeitos das vigas de reforço da placa principal sobre a capacidade desta em absorver energia vibratória também foram analisados, bem como os efeitos de variação da geometria das vigas que formam a base.

Abstract

Offshore Platforms are characterized by having numerous machines and equipments installed directly on the principal structure. The vibrations generated by these machines propagate through the structure, affecting the accommodation and recreation areas, where the noise levels must be carefully controlled to avoid excessive stress on the employees causing serious healthy problems and affecting the productivity. These machines are, most of the time, rigidly fixed to the floor (plates), that are supported by reinforced beams, which are connected to the main structure. The vibrations transmitted structurally have low frequency components that are neither attenuated by the structure nor reflected by the discontinuities. The main objective of this study is to analyze the influence of the machines foundations, called skids, in the vibration energy flow to the platforms structure, which is composed by beam reinforced plates. In this study a C profile beam to the construction of the machine base was considered. The analysis using Finite Elements method, assuming some forms to fix of the foundation to the main plate which its function is to support the machine, was developed. The effects of the reinforced beams on the capacity of vibration energy absorption of the plate as well as the effects of beam geometrical variation that form the base were also analyzed.

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

Plataformas *offshore* de prospecção e produção de petróleo caracterizam-se por possuírem um grande número de máquinas e equipamentos de grande porte instalados diretamente sobre a estrutura principal. As vibrações geradas por estas máquinas, que operam 24 horas por dia, se propagam pela estrutura com relativa facilidade, atingindo as áreas de alojamentos e de recreação dos operários, cujos níveis de ruído devem ser cuidadosamente controlados a fim de evitar o stress excessivo aos seus ocupantes que habitam estas instalações por períodos de 15 dias ininterruptos. Portanto, otimizar o projeto dessas plataformas, em termos de vibrações e ruído, é de fundamental importância para aumentar a segurança e a produtividade de seus ocupantes.



Figura 1.1: Plataforma *Offshore*.

Tais máquinas são, na maioria das vezes, fixadas rigidamente aos pisos (*decks*) da plataforma, apoiadas sobre vigas de reforço, que por sua vez estão unidas à estrutura principal (Figura 1.2). As paredes, os pisos e os tetos costumam ser construídas de chapas de aço (de 5 a 10 mm de espessura) reforçadas por vigas tipo L e T invertida. As alturas das almas destas vigas variam de 5 a 50 cm, aproximadamente. A espessura média das chapas usadas na confecção destas vigas é de 10 mm (Figura 1.3).



Figura 1.2: Base de máquinas em plataformas *offshore* (fotos extraídas nas mesmas).



Figura 1.3: Placas reforçadas por vigas típicas das plataformas *offshore* (fotos extraídas nas mesmas).

A maioria das máquinas (bombas de transferência, bombas de injeção, compressores e geradores) em funcionamento gera vibrações que podem se transmitir estruturalmente com facilidade, principalmente as componentes de baixa frequência que se propagam à grandes distâncias por serem pouco atenuadas ao longo da estrutura e pelas reflexões nas descontinuidades.

Ao se transmitir pela estrutura, a energia vibratória pode causar ruído excessivo não apenas na região onde a máquina está operando, bem como nas regiões adjacentes. Por questão de limitação de espaço físico disponível nestas plataformas, as salas de máquinas muitas vezes são próximas de alojamentos e recreação dos funcionários.

Vibrações das paredes, pisos e tetos dos alojamentos transformam-se em níveis de ruído usualmente excessivos (Figura 1.4), causando desconforto e aumento do *stress* dos ocupantes.

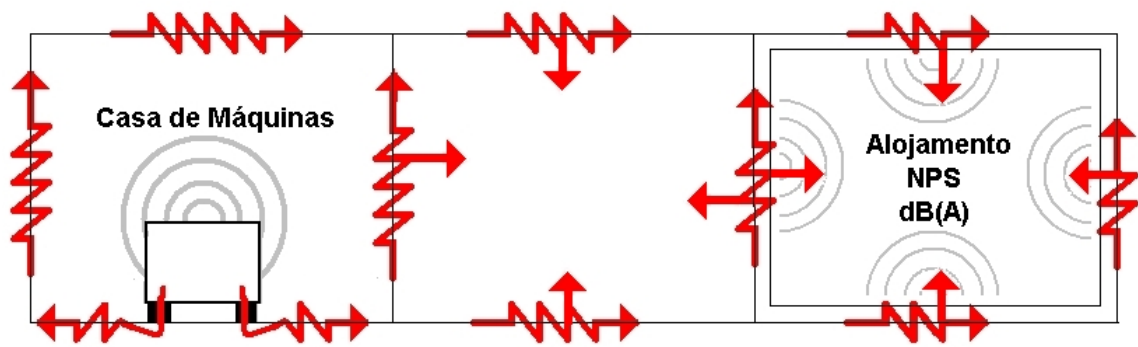


Figura 1.4: Esquema da transmissão de energia vibratória pela estrutura.

1.2 Objetivos Gerais

O objetivo principal do estudo consiste em analisar a influência das bases de fixação das máquinas no fluxo de energia vibratória para os pisos, que são placas reforçadas por vigas. Nestas aplicações, os métodos mais utilizados são o Método de Elementos Finitos (FEM) e a Análise Estatística Energética (SEA). Cada um destes métodos possui suas características para serem utilizados em faixas de frequências diferentes.

O Método de Elementos Finitos é utilizado em baixas frequências, pois em altas frequências, há a necessidade de grande discretização imposta pelo método que necessita de no mínimo de 6 elementos por meio comprimento de onda, ou seja, para grandes estruturas, torna-se inviável a aplicação deste método até altas frequências.

A Análise Estatística Energética (SEA) é utilizada em altas frequências, em cuja região a densidade modal é normalmente elevada. A literatura recomenda uma densidade modal da estrutura de pelo menos 10 modos por banda de frequência de 1/3 de oitava para cada subsistema para se terem resultados considerados aceitáveis [1].

No estudo em questão, será utilizado o Método de Elementos Finitos, devido à complexidade geométrica e devido à análise se limitar a frequências até 1000Hz. O *software* comercial utilizado será o ANSYS 5.3.

Neste trabalho, será escolhida uma configuração de viga tipo “C” para representar a base das máquinas e serão feitas algumas análises em Elementos Finitos que influenciam na energia vibratória da placa reforçada por vigas na qual a base está acoplada rigidamente (Figura 1.5).

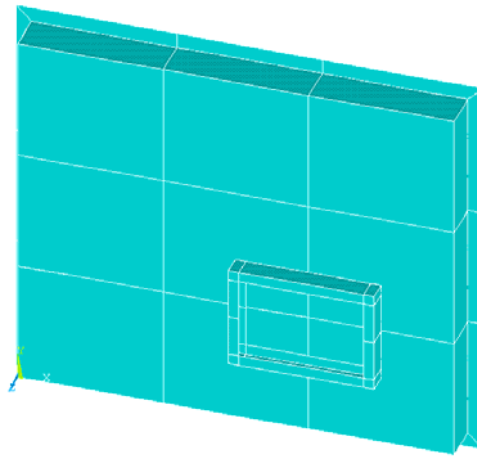


Figura 1.5: Placa reforçada por vigas “T” invertidos com a base (viga “C”) acoplada.

1.3 Revisão Bibliográfica

Estudos referentes à placas e vigas, ou seja, estruturas utilizadas em plataformas de prospecção e produção de petróleo, compõem uma linha de pesquisa de alguns trabalhos (dissertações e teses) conduzidos no Laboratório de Vibrações e Acústica da UFSC.

Um dos primeiros estudos sobre o tema foi o trabalho de Fiates [2] em 1996, em que o autor estudou o comportamento dinâmico de grelhas, ou seja, estruturas compostas por vigas. Neste estudo foram analisadas ondas do tipo longitudinal, flexão e torção na transmissão de energia vibratória. O método utilizado foi o Método da Mobilidade. Uma das conclusões do autor é que as ondas longitudinais nas análises são justificadas somente quando as vigas são da ordem de cinco metros ou mais, e para médias e altas frequências. As ondas torsionais devem ser consideradas nas análises de controle de ruído, pois o acoplamento tipo flexão-torção pode ser mais eficiente que o flexão-flexão na transmissão de energia vibratória através das uniões de vigas.

Outro trabalho na mesma linha de estudo foi o trabalho de Baars [3] em 1996. O autor abordou aspectos da formulação e conceitos sobre a transmissão de energia ao longo de estruturas tipo barras e vigas devido às ondas longitudinais e de flexão. O fluxo de potência através dos acoplamentos foi calculado utilizando, também, o Método da Mobilidade. O autor apresenta formulações para a determinação experimental das potências de entrada, de transferência e dos fluxos de potência ao longo do componente em campo próximo e distante.

Em 1997, Ozelame [4] analisou a densidade modal e fatores de acoplamento de placas reforçadas por vigas usando o Método de Elementos Finitos. O autor mostra que a energia vibratória está, quase que totalmente, contida na placa e que os fatores de acoplamento de placas tendem a valores poucos dependentes da frequência, no caso de reforços por vigas.

Outra conclusão do autor é que a variação dos fatores de acoplamentos com o posicionamento das vigas sugere que o caminho a ser trilhado para a minimização da transmissão de energia passa pela otimização do posicionamento relativo das vigas. Contudo, a resistência estrutural não pode ser afetada pela alteração do distanciamento entre as vigas.

Bonifácio [5], em 1998, estudou o fluxo de energia vibratória entre placas retangulares simplesmente apoiadas pelo Método da Mobilidade e compara com o Método de Elementos Finitos. O autor analisou duas placas retangulares unidas, com e sem viga de reforço na união, avaliando a propagação de energia e a contribuição das estruturas (viga e placa) na transmissão de energia.

Em estudos abordando as mesmas estruturas tipo grelhas estudadas por Fiates [2], Souza [6], em 1999, através da utilização do Método da Mobilidade, derivou expressões para o acoplamento entre vigas de Euler partindo das equações da onda longitudinal, de flexão e de torção. Análises das contribuições de cada tipo de onda na estrutura foram estudadas pelo autor o qual concluiu que, a concentração da maior parte da energia vibratória provém das ondas de flexão e que as ondas de torção e longitudinal são de maior importância para o fluxo de potência entre componentes acoplados.

Também em 1999, Sardá [7], utilizando-se do Método de Elementos Finitos, analisou os caminhos de propagação entre duas placas planas retangulares apoiadas em vigas, analisando a contribuição das vigas e placas nessa transmissão, e determinando os esforços responsáveis pela transmissão da maior parcela de energia. Fatores de acoplamento entre placas apoiadas em vigas também foram analisados.

Nunes [8], em 2002, desenvolveu um estudo das vibrações em placas finas, retangulares, com condição de contorno completamente livre nas bordas, acopladas com viga de reforço, através do Método da Mobilidade. Mostra que o fluxo de energia vibratória nas uniões entre placas e vigas é influenciado pela presença da viga, não apenas reduzindo de forma significativa todo o espectro, mas, também, alterando o comportamento das frequências de ressonância do sistema. Outra conclusão do trabalho é que a adição da viga na junção da linha das placas diminui a densidade modal do sistema devido ao efeito da rigidez.

Yoneda [9] em 2002 desenvolveu uma metodologia para determinar a perda de transmissão para placa reforçada por vigas através da utilização do Método de Elementos Finitos. Uma de suas conclusões foi que as vigas de reforço diminui a perda de transmissão para baixas frequências.

Em 2003, Bonifácio [10] analisou as respostas de vigas, placas com várias condições de contorno sujeitas às excitações de natureza aleatória. Em seguida, a análise foi estendida ao

cálculo de respostas de componentes acoplados através de uma linha de união. Bons resultados foram obtidos em comparações com valores experimentais e através de comparações com o Método de Elementos Finitos (MEF). Foram observadas reduções significativas no tempo de processamento comparadas ao Modelo de MEF

Goyder et al [11] em 1978 estudaram a propagação de onda e o fluxo de potência em placas reforçadas por vigas. Neste estudo os autores consideraram uma viga infinita sobre uma placa infinita e excitou a viga com uma força e um torque, separadamente. Observaram que o movimento em campo próximo é largamente controlado pela viga e que ela carrega ondas de flexão, quando é excitada por uma força ou por um torque, transmitindo potência por estas ondas que inicialmente são associadas à viga. Em campo distante, a placa irradia mais potência que a viga. Se ondas torsionais são excitadas na viga, praticamente nenhuma potência associada a estas ondas será irradiada pela viga. Entretanto, para este tipo de excitação, a placa e a viga são fortemente acopladas, proporcionando grande fluxo de energia entre estes componentes.

A resposta de placa reforçada por vigas devidos à excitação de uma força também foi estudada na década de 60 por Lamb [12] em campo próximo, e na década de 70 por Fahy e Lindqvist [13] em campo distante. Nestes trabalhos, é assumido que há somente uma onda de flexão pura na placa e que a viga carrega somente ondas de flexão e torção. A resposta devido à excitação do torque não é considerada.

Leissa [14], em 1969, realizou um estudo grandioso na área de vibrações de placas. Este estudo consiste de resultados analíticos de diversas geometrias de placas retangulares submetidas a diferentes condições de contorno. A maioria dos resultados obtidos foram de frequências naturais das placas e de resultados paramétricos das frequências naturais em função da dimensão, material e módulo de Young da placa.

Em 1972, Hwang e Pi [15] investigaram o mecanismo entre fluxo de potência entre placas conectadas, usando a Teoria de Mindlin para o problema de vibração em placas. É comum assumir que o fluxo de potência para altas frequências é devido a ondas de cisalhamento e de flexão, e efeitos de tensão e compressão são considerados de mínima contribuição para a transferência de energia. A maioria dos parâmetros que afetam os modos e a magnitude da energia transferida incluem a geometria das estruturas, condições de contorno, fatores de acoplamento, localização e tipo de carregamento e densidade modal. O autor fez alguns modelos simples caracterizando similaridades básicas com o objetivo de escolher vários parâmetros e alcançar a solução para este complexo problema.

Em 1973, Cremer e Heckel [16] mostraram, em seu livro, importantes conceitos em vibrações e radiação sonora de placas e vigas. Ondas de flexão, de torção, longitudinal e no plano foram estudadas. Coeficientes de transmissão para incidência normal e aleatória foram estudados através de sua teoria. Esses coeficientes são aplicados em Análise Estatística Energética para determinar os fatores de perda entre campos sonoros e placas.

Observa-se, destes trabalhos disponíveis na literatura estrangeira, que os modelos apresentados consistem basicamente de placas planas infinitas ou semi-infinitas, acopladas com uma ou mais vigas, também com estas características de comprimento e espaçadas uniformemente. Os problemas de vibrações em plataformas *offshore* requerem modelos de placas finitas contendo vigas de reforço posicionadas de forma não uniforme. Por este motivo o método da Mobilidade permite análises determinísticas da resposta destas estruturas, bem como o método de Elementos Finitos.

Neste trabalho de dissertação a análise será restrita a uma faixa limitada de frequência (até 1.000 Hz) a fim de facilitar as análises pelo Método de Elementos Finitos.

1.4 Conteúdo dos Capítulos

O Capítulo 2 apresenta uma revisão dos conceitos básicos sobre ondas de flexão em placas, ondas de flexão em vigas (Teorias de Euler-Bernoulli e Timoshenko), ondas em placas finas (Teoria de Placa de Kirchhoff) e em placas semi-espessas (Teoria de Reissner-Mindlin), além de conceitos sobre fluxo de energia vibratória, densidade modal e impedâncias.

O Capítulo 3 apresenta a estrutura denominada Base, que é a base das máquinas. No linguajar típico de engenharia naval é denominada *skid*. Neste capítulo são mostradas a modelagem em elementos finitos da base e as frequências naturais através de uma análise modal. Uma análise experimental, visando validar o modelo em elementos finitos da base, também é mostrada.

O Capítulo 4 apresenta a estrutura que é uma placa plana, com e sem vigas de reforço. Neste capítulo são mostradas as modelagens em elementos finitos e as frequências naturais das estruturas através de análise modal. Análises experimentais e análises analíticas visando validar os modelos em elementos finitos da placa plana e da placa plana reforçada por vigas também são mostradas. Uma outra análise, mostrando a parte real da mobilidade pontual da placa plana e da placa plana reforçada por vigas, também é mostrada com o intuito de analisar a capacidade de absorção de energia vibratória pelo sistema.

O Capítulo 5 apresenta a estrutura placa plana reforçada por vigas com a base acoplada. Neste capítulo é mostrada a modelagem do acoplamento entre as estruturas e várias

análises, como: análise do tipo de carregamento sobre a base; análise da localização da base em relação às vigas de reforço da placa plana; análise da eficiência da base, atuando como filtro mecânico; análise da variação geométrica da base e uma análise do fluxo de potência da base para a placa plana reforçada por vigas.

O Capítulo 6 apresenta as considerações finais e sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Conceitos Básicos

2.1 Ondas de Flexão em Vigas

Ondas de flexão são aquelas em que o deslocamento (transversal) da seção ocorre no sentido perpendicular ao de propagação da onda.

Dois modelos são comumente utilizados para a modelagem de vigas vibrando em flexão:

- Viga de Euler-Bernoulli;
- Viga de Timoshenko.

No modelo de Vigas de Timoshenko, os efeitos de cisalhamento e de inércia rotacional são levados em consideração. O mesmo não ocorre no modelo de Vigas de Euler-Bernoulli. Vigas de Euler-Bernoulli são utilizadas quando as dimensões da seção transversal são pequenas quando comparadas ao comprimento da viga.

2.1.1 Vigas Euler-Bernoulli

A teoria de Euler, também conhecida como Teoria Clássica de vibrações transversais por flexão em vigas, baseia-se em algumas hipóteses:

- As seções planas permanecem planas durante a flexão;
- A flexão ocorre no plano principal;
- A deformação é proporcional ao carregamento;
- Os efeitos de inércia rotacional e de cisalhamento são desprezados.

A equação da onda, no domínio do tempo, que representa o deslocamento transversal, é dada por

$$EI \frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.1)$$

sendo:

v o deslocamento transversal;

I o momento de inércia de área;

A a área da seção transversal;

E o módulo de elasticidade e

ρ a densidade do material da placa

No domínio da frequência, a mesma equação pode ser expressa por:

$$\frac{\partial^4 v(x, f)}{\partial x^4} = k_f^4 v(x, f) \quad (2.2)$$

sendo:

k_f o número de onda de flexão, dado por

$$k_f = \frac{\omega}{c_f} \quad (2.3)$$

e c_f a velocidade do som para ondas de flexão, dada por

$$c_f = \sqrt[4]{\frac{\omega^2 EI}{\rho A}} \quad (2.4)$$

A solução da Equação 2.4, quando considerando ondas monocromáticas, pode ser expressa na forma

$$v(x) = A \cosh(k_f x) + B \sinh(k_f x) + C \cos(k_f x) + D \sin(k_f x) \quad (2.5)$$

As constantes A, B, C e D são obtidas a partir das condições de contorno (ver Figura 2.1) e dos carregamentos externos, devendo ser calculadas para cada frequência, juntamente com k_f .

Através do deslocamento transversal v , pode-se determinar a deflexão angular w , o momento fletor M e a força cortante F_f através das relações a seguir

$$w(x) = \frac{\partial v(x)}{\partial x} \quad (2.6)$$

$$M(x) = EI \frac{\partial^2 v(x)}{\partial x^2} \quad (2.7)$$

$$F_f(x) = EI \frac{\partial^3 v(x)}{\partial x^3} \quad (2.8)$$

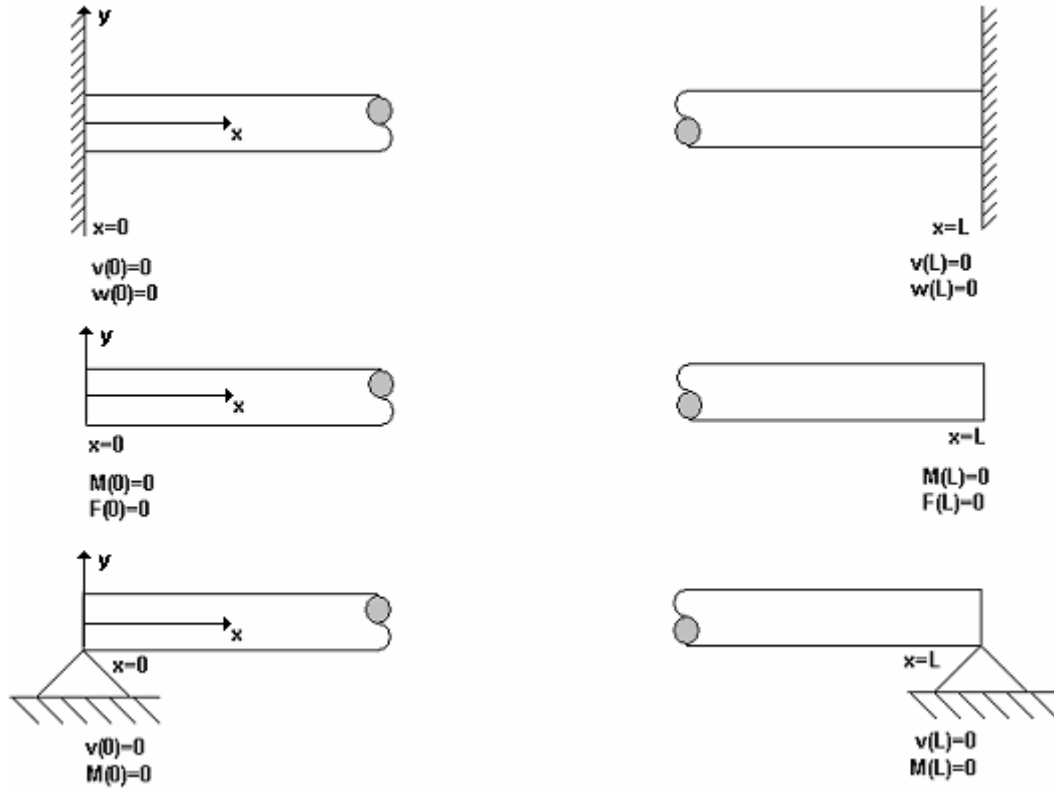


Figura 2.1: Condições de contorno para ondas de flexão. Extremidade fixa, extremidade livre e extremidade apoiada, respectivamente.

O fluxo de potência para ondas de flexão em qualquer seção e qualquer frequência ocorre devido aos esforços internos de cisalhamento e de flexão, como mostra a equação abaixo.

$$W_f(x, f) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left(F_f(x, f) \dot{v}(x, f)^* \right) + \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left(M(x, f) \dot{\theta}(x, f)^* \right) \quad (2.9)$$

sendo $\dot{\theta}$ a velocidade angular da seção.

2.1.2 Vigas de Timoshenko

Quando as dimensões da seção transversal não são pequenas quando comparadas ao comprimento da viga, deve-se considerar o modelo de Viga de Timoshenko. Nesse modelo, os seguintes efeitos são levados em consideração:

- Efeitos da deformação cisalhante e
- Efeito da inércia rotacional.

Para esse tipo de viga, a equação da onda de flexão é dada por:

$$EI \frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} - \rho I \frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^2 \partial t^2} - \frac{\rho EI}{rG} \frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\rho^2 I}{rG} \frac{\partial^4 v(x,t)}{\partial t^4} = 0 \quad (2.10)$$

Os dois primeiros termos da equação acima correspondem à equação de onda para Vigas Euler-Bernoulli, o terceiro termo considera os efeitos de inércia rotacional, o quarto termo representa o efeito de cisalhamento e o último corresponde a uma combinação dos efeitos de inércia rotacional e de cisalhamento.

O parâmetro r é chamado de coeficiente de cisalhamento de Timoshenko e depende da seção transversal e do material da viga.

Para Vigas de Timoshenko, a deflexão angular, w , não é fornecida pela derivada do deslocamento transversal, isto é assim devido à existência de um ângulo de cisalhamento, λ , dado por

$$\lambda = \theta - \frac{\partial v}{\partial x} \quad (2.11)$$

A solução da onda no domínio da frequência, considerando ondas monocromáticas, pode ser expressa por:

$$v(x) = A \cosh(\lambda_a x) + B \sinh(\lambda_a x) + C \cos(\lambda_b x) + D \sin(\lambda_b x) \quad (2.12)$$

$$w(x) = \frac{\alpha_a}{\lambda_a} (A \cosh(\lambda_a x) + B \sinh(\lambda_a x)) - \frac{\alpha_b}{\lambda_b} (C \cos(\lambda_b x) + D \sin(\lambda_b x)) \quad (2.13)$$

sendo

$$\alpha_{a,b} = \frac{\rho \omega^2}{rG} \pm \lambda_{a,b}^2 \quad (2.14)$$

$$\lambda_{a,b}^2 = \sqrt{\frac{b^4 \omega^4}{4} + a \omega^2} \pm \frac{b^2 \omega^2}{2} \quad (2.15)$$

$$\alpha = \frac{\rho}{E} \left(\frac{A}{I} - \frac{\rho \omega^2}{rG} \right) \quad (2.16)$$

$$b^2 = \frac{\rho}{E} \left(1 - \frac{E}{rG} \right) \quad (2.17)$$

O momento fletor M e a força cortante F_f são definidos através das relações, a seguir

$$M(x) = EI \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.18)$$

$$F_f(x) = rAG \left(w(x) - \frac{\partial v(x)}{\partial x} \right) \quad (2.19)$$

As constantes A, B, C e D das Equações 2.12 e 2.13 são obtidas aplicando-se as condições de contorno e os carregamentos externos, utilizando-se desta vez as novas expressões para o momento fletor e a força cortante.

2.2 Modelo de Placas

2.2.1 Teoria de Kirchhoff

Caracteriza-se uma placa como uma estrutura que possui uma dimensão muito pequena, comparada com as outras duas dimensões.

Com o objetivo de simplificar o problema, Kirchhoff desenvolveu, em 1850, uma teoria estrutural, levando a um modelo bidimensional, que é baseado nas seguintes hipóteses [12]:

- A placa é considerada fina;
- As deflexões da placa são pequenas, comparadas com a sua espessura;
- A tensão normal transversal é desprezável ($\sigma_z = 0$);
- As normais à superfície de referência indeformada da placa permanecem normais à superfície de referência deformada e não sofrem variação de comprimento ($\varepsilon_z = 0$).

Desta forma, as deformações cisalhantes transversais são nulas.

Essas hipóteses introduzidas por Kirchhoff limitam a aplicação da teoria somente a placas finas, uma vez que através da imposição da não rotação das normais à superfície de referência, os efeitos da deformação transversal são negligenciados. Esta teoria é denominada Teoria Clássica de Placas, Teoria de Placa Fina ou Teoria de Placa de Kirchhoff. Costuma ser aplicada em casos em que o comprimento de onda de flexão é, pelo menos, 10 vezes maior que a espessura.

2.2.2 Placas Mindlin-Reissner

Um novo modelo, proposto por Reisser em 1945 e 1947 [18] e por Mindlin em 1951 [18], considera a influência da deformação cisalhante transversal, possibilitando a utilização

desta teoria para placas moderadamente espessas. Desta forma, pode-se aplicar as hipóteses simplificadoras de Kirchhoff, mas com a seguinte diferença:

- As normais à superfície de referência indeformada da placa permanecem retas mas não necessariamente normais à superfície de referência deformada e, também, não sofrem variação de comprimento ($\varepsilon_z = 0$).

A esta teoria dá-se o nome de Teoria de Reissner-Mindlin ou Teoria de Placas Semi-Espessas. Os modelos a serem apresentados nesta dissertação referem-se somente a placas finas.

2.3 Onda de Flexão em Placas

Considerando uma placa plana com bordas simplesmente apoiadas, dimensões L_x e L_y e espessura h sendo excitada por uma força concentrada $F_0 e^{-i\omega t}$ aplicada na posição (x_0, y_0) (Figura 2.2).

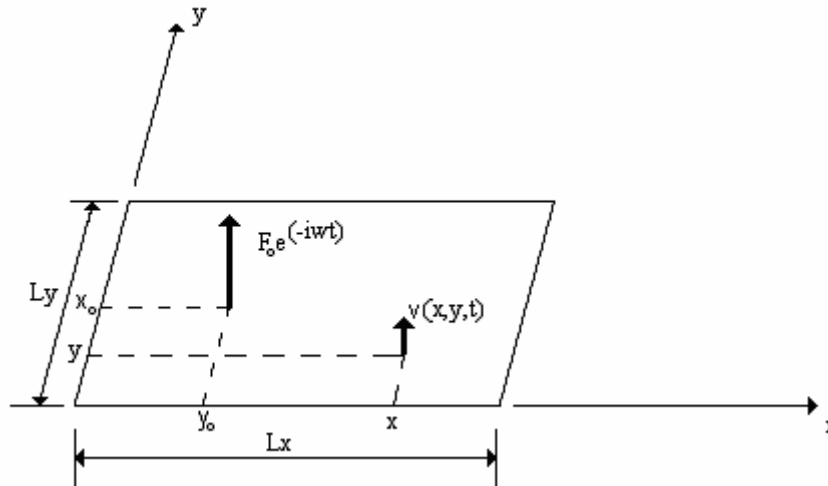


Figura 2.2: Placa plana simplesmente apoiada.

A equação de movimento da placa é dada por

$$EI \left[\frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 v}{\partial y^4} \right] + m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = F_0 e^{-i\omega t} \delta(x - x_0, y - y_0) \quad (2.20)$$

Considerando a solução da Equação 2.20 expressa na forma

$$v(x, y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} A_{nm} \sin\left(\frac{n\pi x}{L_x}\right) \sin\left(\frac{m\pi y}{L_y}\right) e^{-i\omega t} \quad (2.21)$$

ou

$$v(x, y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} A_{nm} \sin(k_x x) \sin(k_y y) e^{-i\omega t} \quad (2.22)$$

Onde: $k_x = \frac{n\pi}{L_x}$ e $k_y = \frac{m\pi}{L_y}$

Substituindo a Equação 2.22 na Equação 2.20, sem carregamento ($F_0 = 0$), tem-se

$$EI(k_x^4 + 2k_x^2 k_y^2 + k_y^4) + m'' \omega^2 = 0 \quad (2.23)$$

Da Equação 2.23, podem-se determinar as frequências naturais desta placa plana, fazendo

$$EI(k_x^4 + 2k_x^2 k_y^2 + k_y^4) = m'' \omega^2 = m'' \omega_{nm}^2 \quad (2.24)$$

$$f_{nm} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{m''}} (k_x^2 + k_y^2) \quad (2.25)$$

$$f_{nm} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{EI}{m''}} \left[\left(\frac{n}{L_x} \right)^2 + \left(\frac{m}{L_y} \right)^2 \right] \quad (\text{Hz}) \quad (2.26)$$

Agora, para se obter a equação $v(x, y, t)$, devem-se determinar as constantes A_{nm} da solução para a resposta escrita na forma de superposição modal. Para isto, substitui-se a solução proposta na equação de movimento da placa:

$$EI \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (k_x^4 + 2k_x^2 k_y^2 + k_y^4 - m'' \omega^2) A_{nm} \sin\left(\frac{n\pi x}{L_x}\right) \sin\left(\frac{m\pi y}{L_y}\right) e^{-i\omega t} = F_0 \delta(x_0, y_0) e^{-i\omega t} \quad (2.27)$$

Multiplicando a Equação 2.27 por $\sin\left(\frac{n'\pi x}{L_x}\right) \sin\left(\frac{m'\pi y}{L_y}\right)$ e integrando ao longo da área

da placa, obtém-se as constantes A_{nm}

$$A_{nm} = \frac{4F_0 \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi x_0}{L_x}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi y_0}{L_y}\right)}{EIA_{placa} \left[(k_x^2 + k_y^2) - k^4 \right]} \quad (2.28)$$

Substituindo as constantes A_{nm} , ou seja, substituindo a Equação 2.28 na Equação 2.22, obtém-se

$$v(x, y, t) = \frac{4F_0}{L_x L_y \rho h} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sen}(k_x x_0) \operatorname{sen}(k_y y_0)}{\frac{D}{\rho h} (k_x^2 + k_y^2)^2 - \omega^2} \operatorname{sen}(k_x x) \operatorname{sen}(k_y y) e^{-i\omega t} \quad (2.29)$$

sendo:

$$\tilde{D} = \frac{\tilde{E} h^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2.30)$$

$$\tilde{E} = E(1+i\eta) \quad (2.31)$$

A resposta em frequência na forma de Mobilidade Pontual $\left[\tilde{Y}(f) \right]$ (ver seção 2.7) correspondente a uma força concentrada $F_0 e^{-i\omega t}$, aplicada em (x_0, y_0) , pode ser determinada pela expressão

$$\tilde{Y}(f) = \frac{\dot{v}(x_0, y_0, f)}{F_0(x_0, y_0, f)} \quad (2.32)$$

Sendo

$$\dot{v}(x_0, y_0) = \frac{-4i\omega F_0}{L_x L_y m''} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sen}^2\left(\frac{n\pi x_0}{L_x}\right) \operatorname{sen}^2\left(\frac{n\pi y_0}{L_y}\right) e^{-i\omega t}}{\frac{\tilde{E} I}{\rho h} (k_x^2 + k_y^2)^2 - \omega^2} \quad (2.33)$$

$$F(x_0, y_0) = F_0 e^{-i\omega t} \quad (2.34)$$

Combinando as Equações 2.33 e 2.34, tem-se como resultado a Equação 2.35 que representa a Mobilidade Pontual

$$Y^*(x_0, y_0, f) = \frac{-4i\omega}{L_x L_y m} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin^2\left(\frac{n\pi x_0}{L_x}\right) \sin^2\left(\frac{n\pi y_0}{L_y}\right)}{\frac{EI}{m} (k_x^2 + k_y^2)^2 - \omega^2} \quad (2.35)$$

sendo

$$I = \frac{h^3}{12(1-\gamma^2)} \quad (2.36)$$

o momento de inércia de área por unidade de largura da placa, quando vibrando em modos de flexão nas duas direções ortogonais.

2.4 Densidade Modal

A densidade modal é definida como sendo a razão entre o número de modos em uma banda de frequência pela largura desta banda, expressa pela seguinte equação

$$n(f) = \frac{N_{\Delta f}}{\Delta f} \quad (\text{modos/Hz}) \quad (2.37)$$

sendo f a frequência central da banda de frequência considerada, $N_{\Delta f}$ o número de modos presentes na banda e Δf a largura da banda.

A densidade modal para uma placa plana simplesmente apoiada nas bordas pode ser calculada pela expressão[1]

$$n(f) = \frac{A\sqrt{3}}{hc_l} \quad (2.38)$$

sendo A a área da placa, h a espessura da placa e c_l a velocidade de propagação da onda longitudinal, dada por

$$c_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad [\text{m/s}] \quad (2.39)$$

onde E o módulo de elasticidade e ρ a densidade do material da placa.

2.5 Energia Vibratória

A energia vibratória de um componente estrutural é dada pela massa dessa estrutura multiplicada pela média temporal e espacial da velocidade quadrada, isto é,

$$E = M \langle \bar{V}^2 \rangle \quad (2.40)$$

em que M representa a massa da estrutura e $\langle \bar{V}^2 \rangle$ a média temporal e espacial da velocidade quadrada, dada por

$$\langle \bar{V}^2 \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |V_{RMS}|_i^2 \quad (2.41)$$

n representa o número de pontos (nós) nos quais são obtidas as velocidades e V_{RMS} representa a velocidade do nó em RMS (*Root Mean Square*).

2.6 Fluxo de Potência Vibratória

A potência vibratória transmitida ao longo de meios contínuos através dos seus esforços internos é dissipada pelo amortecimento estrutural, sendo transformada em calor, e irradiada na forma de energia sonora.

O fluxo de potência representa a taxa de trabalho realizado ou de energia fornecida para um sistema mecânico. A análise do fluxo de potência ao longo de componentes é importante, pois conhecendo os mecanismos de propagação, pode-se atuar a fim de reduzir a resposta estrutural.

O comportamento dinâmico de sistemas mecânicos lineares, em regime permanente, pode ser representado por funções harmônicas de duração infinita. Fisicamente, essas funções são válidas no intervalo de tempo para o qual a resposta do sistema possa ser considerada como permanente. Tal comportamento se dá quando a energia total, que resulta da soma da energia cinética e da energia potencial, atinge um valor invariante no tempo.

Recorrendo a um sistema genérico, como o da Figura 2.3, para que seja mantida em regime permanente, a potência que é dissipada deve ser igual à fornecida pelos esforços de excitação. No regime transiente este balanço de potência não é válido, visto que a potência dissipada é diferente da fornecida (Figura 2.4), sendo o excedente de energia responsável pelo

aumento das energias cinética e potencial até que, mantida a excitação constante, o equilíbrio seja atingido.

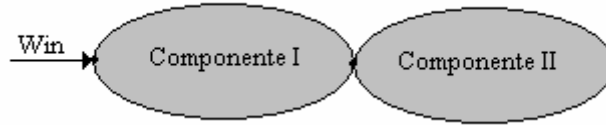


Figura 2.3: Sistema formado por dois componentes.

O sistema da Figura 2.3, composto por dois componentes acoplados, pode ser representado em função das potências de entrada, transferida e dissipada (Figura 2.4).

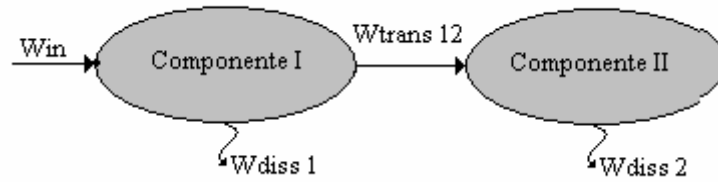


Figura 2.4: Sistema representando o balanço de potência.

Considerando o acoplamento conservativo e regime permanente tem-se, para o componente I, o seguinte balanço de potências

$$W_{in} - W_{trans,12} - W_{diss,1} = 0 \quad (2.42)$$

e para o componente II

$$W_{trans,12} - W_{diss,2} = 0 \quad (2.43)$$

As energias vibratórias totais de cada componente podem ser escritas em função das potências de entrada e transferida:

$$E_2 = \frac{W_{trans,12}}{\omega \eta_2} \quad (2.44)$$

$$E_1 = \frac{W_{in} - W_{trans,12}}{\omega \eta_1} \quad (2.45)$$

sendo W_{in} a potência de entrada; $W_{trans,12}$ a potência líquida transferida do componente I para o componente II; E_i a energia vibratória de componente i; e η_1 e η_2 os fatores de perda, correspondentes.

Considerando um esforço de excitação harmônico tipo força aplicada no ponto i, que causa uma velocidade instantânea V_i no mesmo ponto (Figura 2.5), este transmite uma potência W_i que pode ser expressa por

$$W_i = \frac{1}{2} \text{Re} \{ F_i \cdot V_i^* \} = \frac{1}{2} \text{Re} \{ F_i^* \cdot V_i \} \quad (2.46)$$

sendo F_i o esforço aplicado no ponto i e V_i a velocidade no mesmo ponto.

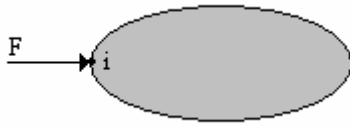


Figura 2.5: Força aplicada em um sistema genérico

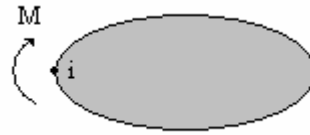


Figura 2.6: Momento aplicado a um sistema genérico

Se a excitação é dada por um momento M e a resposta em função da velocidade angular θ (Figura 2.6), a potência W_i é dada por

$$W_i = \frac{1}{2} \text{Re} \{ M_i^* \cdot \theta_i \} \quad (2.47)$$

sendo M_i o momento aplicado no ponto i e θ a velocidade angular no mesmo ponto.

O fluxo de potência, também pode ser obtido através da função mobilidade (ver seção 2.7) ou da impedância pontual

$$W_i = \frac{1}{2} |F_i|^2 \text{Re} \{ Y_{ii} \} = \frac{1}{2} |V_i|^2 \text{Re} \{ Z_{ii} \} \quad (2.48)$$

sendo Y_{ii} a mobilidade pontual e Z_{ii} a impedância pontual.

As equações apresentadas são válidas apenas para um esforço de excitação. Quando o sistema apresenta múltiplos esforços em pontos distintos, o sistema de equação para a obtenção da potência aumenta proporcionalmente.

2.7 Função Mobilidade

Nos Itens 2.3 e 2.6, menciona-se a função resposta em frequência do tipo mobilidade. A mobilidade é uma função resposta em frequência dada pela razão entre a velocidade (resposta) e a excitação. Se a excitação for do tipo força, a resposta é do tipo velocidade transversal e se a excitação for do tipo momento, a resposta é do tipo velocidade angular.

Esta função representa o comportamento, na forma de velocidade de um ponto da estrutura devido à uma excitação. Se a resposta e a excitação estão localizadas no mesmo ponto, diz-se que é uma função mobilidade pontual, e se os pontos forem diferentes diz-se que é uma função mobilidade de transferência [11] (Figura 2.7)

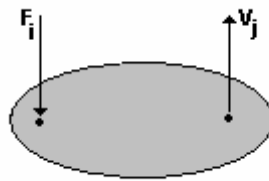


Figura 2.7: Função Mobilidade

$$Y_{ij}(f) = \frac{v_j(f)}{F_i(f)} \quad (2.49)$$

Se $i=j$, mobilidade pontual

$i \neq j$, mobilidade de transferência

Como pôde ser visto no item 2.6, utiliza-se somente a parte real da função mobilidade para o cálculo da potência transferida entre componentes estruturais.

2.8 Método de Elementos Finitos

Para a resolução do problema o modelo de elementos finitos foi utilizado o elemento de placa SHELL 93. Também foi utilizado o elemento de viga BEAM 44 na análise da quantidade ideal de números de nós usado para o cálculo das velocidades e posterior cálculo da média temporal e espacial da velocidade quadrada para representar a Energia Vibratória da estrutura.

O elemento de placa SHELL 93 tem capacidade de flexão e movimentos de membrana e possui oito nós por elemento. São permitidos carregamentos normais e no plano. O elemento possui seis graus de liberdade por nó: translação nas direções x, y e z e rotação sobre os eixos x, y e z [19].

O elemento de placa SHELL 63, possui as mesmas capacidades do elemento de placa SHELL 93: capacidade de flexão e movimentos de membrana, mas possui somente quatro nós por elemento. Também são permitidos carregamentos normais e no plano. O elemento possui seis graus de liberdade por nó: translação nas direções x, y e z e rotação sobre os eixos x, y e z [20].

A utilização do elemento SHELL 93 (8 nós) em lugar do elemento SHELL 63 (4 nós) se deve ao fato de as vigas de reforço também serem modeladas por elementos de placa, pois o elemento de 8 nós representa melhor os esforços cisalhantes e com isso representa melhor a flexão em vigas.

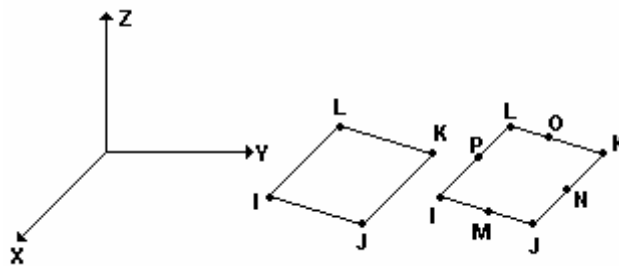


Figura 2.8: Elemento SHELL 63 de 4 nós (a) e elemento SHELL 93 de 8 nós (b)

O elemento de viga BEAM 44 é um elemento uniaxial de dois nós com capacidade de tração, compressão, torção e flexão. Possui seis graus de liberdade por nó, translações nas direções x, y e z e rotações sobre os eixos nodais x, y e z. Permite uma geometria não simétrica em cada terminação e permite que os nós fiquem deslocados do centro de gravidade da viga [21].

2.8.1 Análise Modal

A análise modal consiste da resolução da equação diferencial

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\} \quad (2.50)$$

onde $[M]$ é a matriz de massa, $[K]$ é a matriz de rigidez, $\{u\}$ é o vetor aceleração e $\{0\}$, o vetor nulo. São realizadas hipóteses de que a estrutura tem propriedades constantes de massa e

rigidez, não há amortecimento e não existem forças aplicadas, ou seja, trata-se inicialmente de vibrações livres.

Considerando o sistema linear, as vibrações livres são expressas na forma:

$$\{u\} = \{\phi\}_i \cos \omega_i t \quad (2.51)$$

sendo $\{\phi\}_i$ o auto vetor que representa o modo da i-ésima frequência natural, ω_i é a i-ésima frequência natural e t o tempo.

Assim, a Equação (2.50) pode ser escrita na forma

$$(-\omega_i^2 [M] + [K])\{\phi\}_i = \{0\} \quad (2.52)$$

e como se deseja uma solução não trivial, então o determinante deve ser nulo, tal que

$$|[K] - \omega_i^2 [M]| = 0 \quad (2.53)$$

Este é um problema de autovalores que deve ser solucionado para n valores de ω_i^2 e n autovetores $\{\phi\}_i$ que satisfaçam a Equação (2.53). A obtenção dos autovetores e autovalores do problema pode ser feita utilizando-se os seguintes métodos:

- solução reduzida;
- método não simétrico;
- método amortecido;
- método dos subespaços;
- Bloco de Lanczos.

No método reduzido, o sistema de equações é condensado para aqueles graus de liberdade associados aos graus de liberdade Masters, através da redução de Guyan. O conjunto de n graus de liberdade caracteriza as frequências naturais de interesse do sistema. O manual do *software* comercial utilizado recomenda que o número de graus de liberdade Masters selecionado seja pelo menos duas vezes maior que o número de frequências naturais de interesse. Esse método deve ser utilizado com cuidado, pois a seleção automática dos graus de liberdade é feita em regiões de maior concentração de massa que, no caso de placas reforçadas, são as vigas.

O método não-simétrico é utilizado para matrizes não-simétricas, como é o caso da interação fluido-estrutura. O método amortecido é usado somente quando a matriz de amortecimento precisa ser incluída na Equação (2.50).

Para matrizes complexas e simétricas, utiliza-se o Método do Subespaço. Esse método é o mais preciso, porém tem o maior custo computacional.

O Método de Bloco de Lanczos é utilizado somente em grandes problemas de autovalores simétricos. Tipicamente, é utilizado para problemas solucionados também pelo método de subespaço, porém com maior taxa de convergência.

Neste estudo foi utilizado o método de Bloco de Lanczos por ser mais eficiente na extração dos autovalores, pois possui uma velocidade de processamento maior quando comparado com o método de Subespaço [7].

2.8.2 Análise Harmônica

A análise harmônica consiste na resolução da equação

$$([K] - \omega^2[M] + i\omega[C])(\{u_1\} + i\{u_2\}) = \{F_1\} + i\{F_2\} \quad (2.54)$$

sendo:

ω a frequência angular; $[C]$ a matriz de amortecimento e $\{u\}$ o vetor deslocamento:

$\{u_1\}$ a parte real do deslocamento;

$\{u_2\}$ a parte imaginária do deslocamento;

$\{F\}$ o vetor força:

$\{F_1\}$ a parte real da força

$\{F_2\}$ a parte imaginária da força.

Neste estudo foi utilizado o Método da Superposição Modal Utiliza os autovetores e autovalores com a finalidade de determinar a resposta devido a uma excitação harmônica. É o método no qual a velocidade de processamento é mais rápida que o método *Full* e também é mais preciso que o método Reduzido [7].

Capítulo 3

Análise da Base

A estrutura denominada Base (skid) (ver Figura 3.1) é utilizada para apoiar máquinas e equipamentos sobre a estrutura principal de plataformas. Fotos destas bases podem ser vistas na Figura 1.2 obtidas em plataformas de prospecção e produção de petróleo, em operação. Estas bases possuem a função de apoiar máquinas, as quais normalmente possuem peso elevado, servindo como um componente estrutural adicionado entre estas máquinas e a estrutura principal da plataforma, que é formada por vigas. Estas bases comportam-se como um “filtro” mecânico. Uma análise da atenuação provocada pela base é mostrada no Capítulo 5.

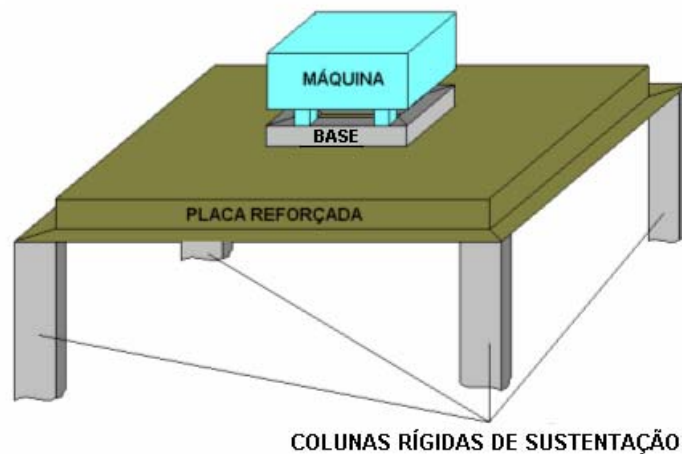


Figura 3.1: Localização da base

A base padrão considerada neste trabalho é de aço com 700 mm de comprimento por 500 mm de largura e as dimensões da viga “C” são 50 mm de aba, 100 mm de alma e 10mm de espessura da chapa (Figuras 3.2 e 3.3).

Os valores utilizados para o material aço são de 210 GPa para o Módulo de Elasticidade, $7,850 \text{ kg/m}^3$ para a densidade e 0,29 para o coeficiente de Poisson.

A base é modelada, através do *software* comercial ANSYS 5.3 com elementos de placa SHELL 93 com 8 nós com 6 graus de liberdade cada nó (três translações e três rotações). A Figura 3.4 mostra a base modelada em elementos finitos.

O estudo se limitará até a faixa de frequência de 1000 Hz devido à discretização imposta pelo método, pois para o cálculo do tamanho ideal do elemento, o *software* ANSYS sugere 6 elementos por meio comprimento de onda de flexão. Utilizando a Equação 3.1 da

velocidade de flexão em placas e os dados da placa em estudo (Capítulo 4), podemos calcular o tamanho do elemento necessário em função da frequência limite de estudo.

$$c_b = \sqrt{1,8c_l h f} \quad (3.1)$$

sendo c_b a velocidade das ondas flexão da placa, h a espessura da placa, f a frequência de interesse e c_l a velocidade das ondas longitudinais

$$c_l = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}} \quad (3.2)$$

sendo, E , o Módulo de Elasticidade, ρ a densidade do aço e ν o coeficiente de Poisson.

Com a velocidade de flexão, podemos calcular o comprimento da onda de flexão da placa por

$$\lambda = \frac{c_b}{f} \quad (3.3)$$

O tamanho do elemento é dado por: $TamanhoElemento = \frac{\lambda}{12}$

Utilizando os dados da placa em estudo e uma frequência de estudo até 1000Hz, temos um tamanho de elemento ideal de 0,0217 m (2,17 cm). Arredondando para 2 cm.

O tamanho ideal do elemento é de 2 cm para um elemento do com 4 nós, mas como no estudo utiliza-se um elemento com 8 nós, esta análise pode se estender até uma frequência maior ou utilizar um tamanho maior de elemento.

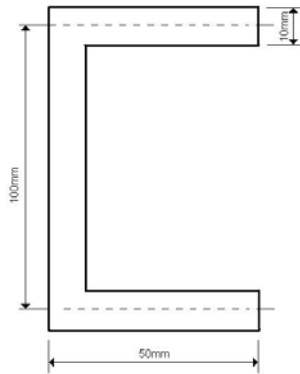


Figura 3.2: Dimensões da viga da base

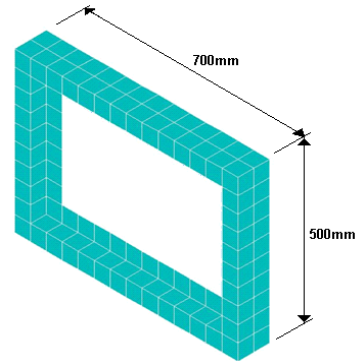


Figura 3.3: Base modelada em Elementos Finitos.

A modelagem da base com elementos de placa se deve pelo fato da consideração dos modos locais das abas transmitirem energia à placa reforçada por vigas, pois se fosse modelada por elemento de viga, só teríamos modos globais transmitindo energia à placa reforçada.

Após a modelagem da base, uma análise modal (considerando-a totalmente livre no espaço) foi processada para a obtenção das frequências naturais da mesma. A Figura 3.4 mostra os modos e frequências naturais da base e a Tabela 3.1 mostra as frequências naturais da mesma.

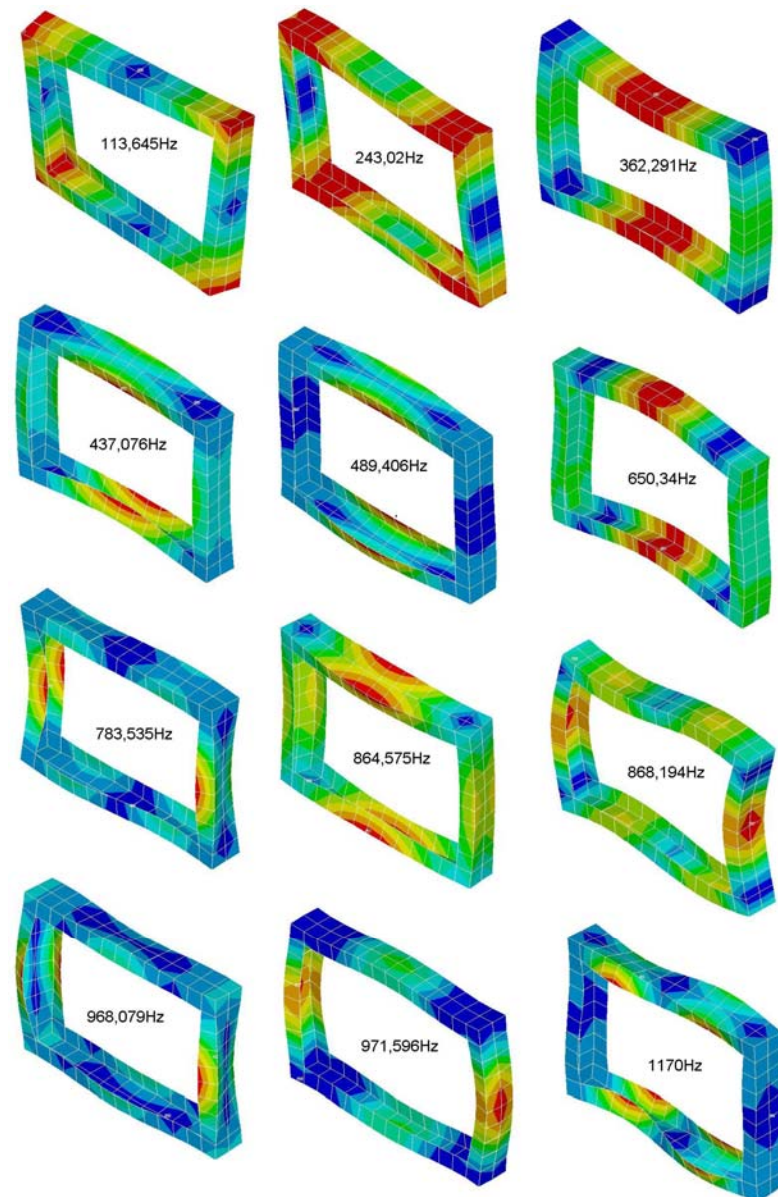


Figura 3.4: Modos e Frequências naturais da base.

Tabela 3.1: Freqüências naturais da base.

Modo	Freqüência [Hz]
1	113,6
2	243,0
3	362,3
4	437,1
5	489,4
6	650,3
7	783,5
8	864,6
9	868,2
10	968,1
11	971,6
12	1170

3.1 Análise Experimental da Base

Com o intuito de validar o modelo da base, uma análise experimental foi feita para comparar os resultados obtidos por elementos finitos com os resultados experimentais. Para isto, foi construída uma base de aço composta de viga “C” com dimensões disponíveis no comércio, ou seja, com dimensões menores: 20 mm de aba, 35 mm de alma e 3 mm de espessura da chapa, conforme a Figura 3.5. A base foi confeccionada com 400 mm de comprimento por 300 mm de lado.

Na modelagem desta base experimental, os cantos arredondados (Figura 3.5) foram desconsiderados, com isso foi introduzida uma simplificação ao modelo de elementos finitos (Figura 3.6). A base experimental também foi modelada da mesma forma, ou seja, utilizou-se elemento de placa SHELL 93 com 8 nós com 6 graus de liberdade cada nó (três translações e três rotações).

Depois de confeccionada, a base foi pendurada por dois cabos finos de aço de massa desprezível como pode ser visto na Figura 3.7. Uma porca foi colada na estrutura base, conectando-a à célula de força. A célula de força, por sua vez, estava conectada ao excitador de vibrações através de um arame fino de aço para garantir que a força fosse aplicada somente em uma direção e para assegurar a integridade física do transdutor, atuando como fusível mecânico.

O excitador também estava pendurado por cabos finos de aço em um cavalete, paralelo à face frontal da base. Os acelerômetros foram fixados nas abas dianteira, nas abas traseiras e na alma da base, com cera de abelha. Foram usados 7 acelerômetros distribuídos ao longo das abas e alma.

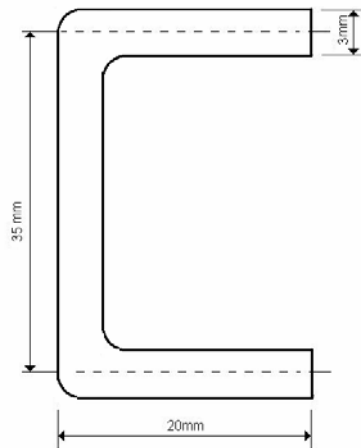


Figura 3.5: Dimensões da viga da base experimental Real.

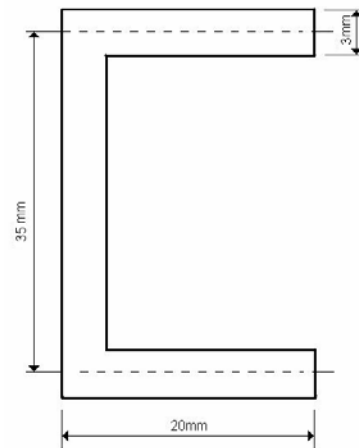


Figura 3.6: Dimensões da viga da base experimental modelado.

O sinal de força em forma de ruído branco (sinal com densidade de energia constante com a frequência), na faixa de 0 até 1600 Hz foi gerado no próprio analisador de sinais. Foram consideradas as médias de 30 amostras dos sinais, para cada ponto medido.

Os sinais do transdutor de força e do acelerômetro passam pelos seus respectivos pré-amplificadores e são enviados para os canais do analisador. Através da Transformada de Fourier, o sinal enviado ao analisador no tempo é transformado em um espectro de frequência (domínio na frequência). Assim, são obtidas as curvas resposta em frequência de cada ponto da base, que neste caso são as Inertâncias.

Foram medidos 28 pontos, sendo 4 nas abas dianteira, 11 nas abas traseira e 13 na alma da base, ou seja, 4 medições com 7 acelerômetros.

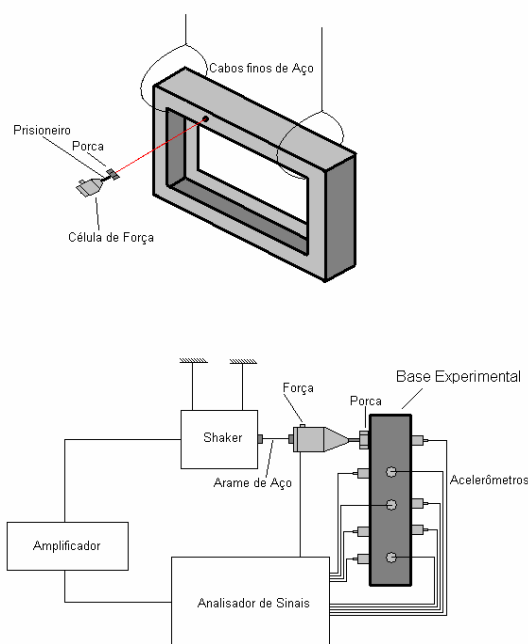


Figura 3.7: Diagrama do sistema de medição usado para obtenção de Função de Resposta em Frequência.

Os resultados referentes às medições dos acelerômetros na alma da base apresentaram valores apenas razoáveis das funções coerência devido à força estar em uma direção e a resposta estar em direção perpendicular à excitação. Por este motivo, foram desconsideradas as medições das almas.

Equipamentos utilizados no experimento estão listados abaixo.

- *Shaker Type 4810 - Brüel & Kjar;*
- *Acelerômetros Type 4344 Brüel & Kjar e PCB;*
- *Analizador de Sinais HP35652B;*
- *Amplificador de Potência Type 2706 - Brüel & Kjar;*
- *Célula de Força Type 8200 - Brüel & Kjar;*

Para a comparação dos resultados entre a base modelada em elementos finitos e a base experimental, respostas em freqüências do tipo mobilidade foram obtidas em elementos finitos. Como já foi dito, as respostas em freqüências medidas experimentalmente são inertâncias. Portanto, cálculos foram feitos para transformar as respostas em freqüências experimentais do tipo inertância em respostas em freqüências tipo mobilidade.

Os resultados podem ser vistos nas Figuras 3.8 e 3.9. Dentre os 15 pontos medidos e considerados, são mostrados somente 2 gráficos, uma comparação na aba dianteira e uma comparação na aba traseira. Os resultados dos pontos em elementos finitos foram medidos na mesma localização dos pontos do experimento.

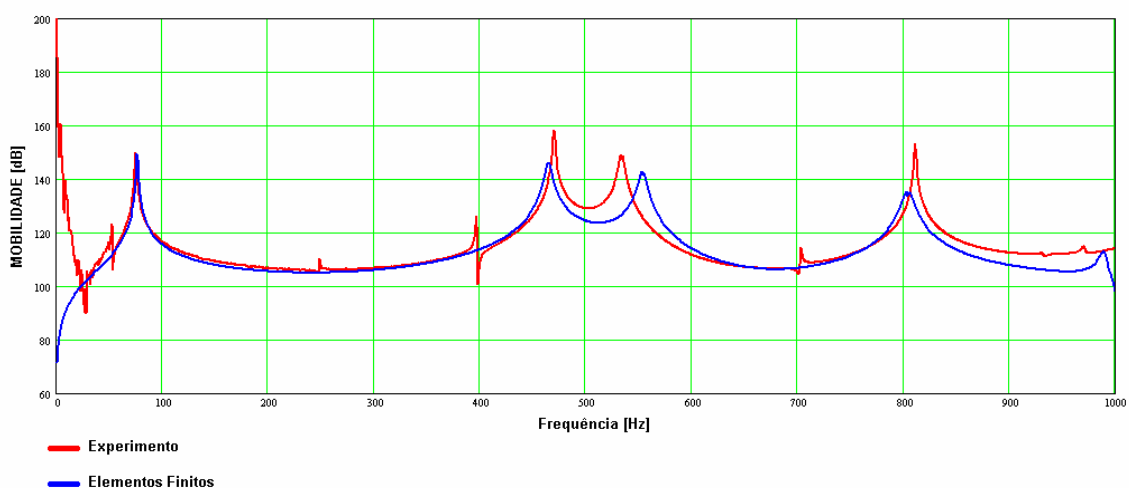


Figura 3.8: Comparação entre resultado em elementos finitos e experimental para a aba dianteira.

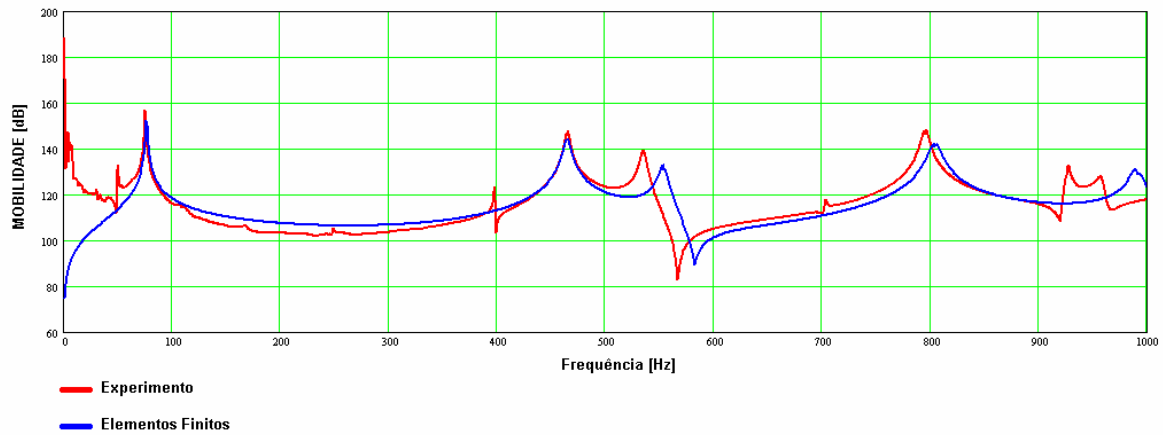


Figura 3.9: Comparação entre resultado em elementos finitos e experimental para a aba traseira.

Os gráficos anteriores mostram que para ambas medições, até aproximadamente 60Hz, não há concordância entre o experimento e a análise em elementos finitos. Já, para primeira frequência natural, há uma boa concordância, mas para as demais ocorre uma variação entre o que foi medido e o que foi calculado.

As diferenças entre o modelo e o experimento se devem à alguns fatos como a simplificação dos cantos arredondados (experimento) para cantos retos (modelo), ou seja, variações dimensionais e efeito da solda na confecção da base do experimento. Outros fatores que costumam influenciar são os efeitos da suspensão da estrutura, que oferece forças de reação nem sempre desprezíveis e difíceis de serem totalmente anuladas, e incertezas sobre valores reais do amortecimento interno e das propriedades do material.

Apesar das pequenas diferenças encontradas em algumas frequências e alguns níveis de resposta, o modelo numérico pode ser considerado satisfatório.

Capítulo 4

Análise da Placa Plana Simples e Reforçada

4.1 Placa Plana

Como já mencionado, o objetivo principal do estudo está em analisar a influência das bases de fixação das máquinas no fluxo de energia vibratória para a estrutura placa reforçada por vigas. No entanto, é necessário estudar cada subsistema (base, placa plana e placa reforçada por vigas), separadamente, para conhecer suas características, comportamento (modos e frequências naturais) e principalmente modelar de forma mais adequada possível.

A placa plana de aço usada nesta análise será analisada separadamente e, posteriormente, com vigas de reforço. Em seguida, terá a base acoplada (já analisada no Capítulo 3). A placa possui 2,10 m de comprimento por 1,80 m de largura por 7 mm de espessura. Os valores utilizados para o material aço são de 210 GPa para o Módulo de Elasticidade, de 7850 kg/m³ para a densidade e de 0,29 para o Coeficiente de Poisson, ou seja, os mesmos utilizados para a estrutura base.

A placa plana é modelada, através do *software* comercial ANSYS 5.3 por elemento de placa SHELL 93.

Após a modelagem da placa plana, uma análise modal (com condição de contorno sendo todas as bordas apoiadas) foi processada para a obtenção das frequências naturais da estrutura. Uma das formas de analisar o resultado obtido pelo método de elementos finitos, ou seja, validar o modelo, consiste em verificar os resultados do cálculo das frequências naturais, comparando-as com os obtidos analiticamente. Em seguida, será analisada a densidade modal, que é um dos parâmetros de modelos de Análise Estatística Energética – SEA.

4.1.1 Análise Analítica das Frequências Naturais da Placa Plana

Com o intuito de validar a modelagem da placa plana simplesmente apoiada em todas as bordas, uma análise analítica é feita para comparar com a modelagem em Elementos Finitos. Fazendo uso do desenvolvimento do Capítulo 2, item 2.3 (Ondas de Flexão em Placas) e utilizando a Equação 2.26, podem-se calcular as frequências naturais desta placa, utilizando os valores da Tabela 4.1.

$$f_{nm} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{EI}{m''}} \left[\left(\frac{n}{L_x} \right)^2 + \left(\frac{m}{L_y} \right)^2 \right] \quad (4.1)$$

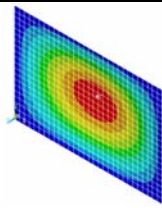
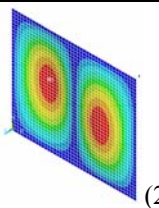
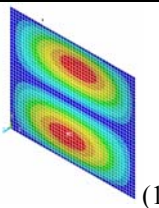
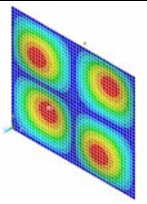
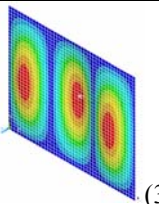
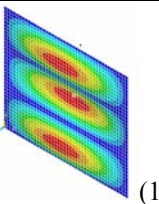
Tabela 4.1: Valores utilizados para o cálculo das frequências naturais da placa plana simplesmente apoiada.

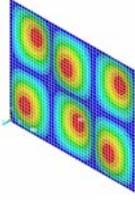
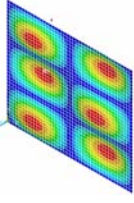
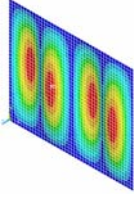
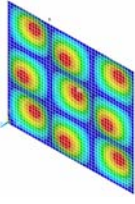
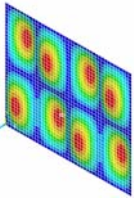
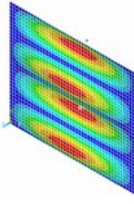
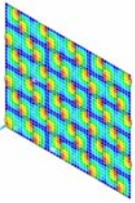
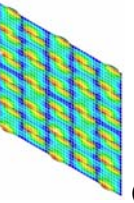
Parâmetros	Valores	Unidade
Módulo de Elasticidade	210	GPa
Espessura da Placa	0,007	m
Coefficiente de Poisson	0,29	-
Lx (comprimento da placa)	2,10	m
Ly (largura da placa)	1,80	m
I (momento de inércia)	3,12E-08	m ³
Massa por unidade de área	54,95	Kg/m ²

Comparando os resultados obtidos através do método de Elementos Finitos ao da análise analítica em uma única tabela (Tabela 4.2), pode-se analisar os 12 primeiros modos e frequências naturais, além de 2 modos quaisquer em altas frequências.

Os resultados mostram uma ótima concordância entre os dois métodos, indicando assim que o modelo de elementos finitos de placa plana simplesmente apoiada nas bordas tem um bom comportamento.

Tabela 4.2: Comparação do método de elementos finitos com o método analítico da placa plana simplesmente apoiada (2,10 m x 1,80 m x 7 mm).

 <p>(1,1) 9,17 Hz (FEM) 9,18 Hz (Analítico)</p>	 <p>(2,1) 20,82 Hz (FEM) 20,85 Hz (Analítico)</p>	 <p>(1,2) 25,04 Hz (FEM) 25,06 Hz (Analítico)</p>
 <p>(2,2) 36,67 Hz (FEM) 36,74 Hz (Analítico)</p>	 <p>(3,1) 40,26 Hz (FEM) 40,30 Hz (Analítico)</p>	 <p>(1,3) 51,50 Hz (FEM) 51,54 Hz (Analítico)</p>

 <p>(3,2) 56,08 Hz (FEM) 56,18 HZ (Analítico)</p>	 <p>(2,3) 63,11 Hz (FEM) 63,21 HZ (Analítico)</p>	 <p>(4,1) 67,48 Hz (FEM) 67,53 HZ (Analítico)</p>
 <p>(3,3) 82,48 Hz (FEM) 82,66 HZ (Analítico)</p>	 <p>(4,2) 83,27 Hz (FEM) 83,41 HZ (Analítico)</p>	 <p>(1,4) 88,54 Hz (FEM) 88,60 HZ (Analítico)</p>
 <p>(9,6) 503,43 Hz (FEM) 505,68 HZ (Analítico)</p>	 <p>(5,10) 624,13 Hz (FEM) 626,70Hz (Analítico)</p>	

As frequências naturais da placa reforçada podem ser observadas no Apêndice A.

4.1.2 Densidade Modal

A densidade modal de uma placa plana depende da espessura (h), da velocidade de ondas longitudinais c_l e da área da placa A e independe da geometria da placa e da frequência (Equação 2.38).

$$n(f) = \frac{A\sqrt{3}}{hc_l} \quad (4.2)$$

sendo (Equação 2.39): $c_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$

Aplicando os valores correspondentes à geometria e características do material da placa, obtém-se

$$n(f) = 0,180834 [\text{modos/Hz}] \quad (4.3)$$

Os valores do número de modos para faixas de oitava encontram-se tabelados abaixo (Tabela 4.3).

Tabela 4.3: Número de modos da placa plana simplesmente apoiada.

Frequência [Hz]	31,5	63	125	250	500	1000
Δf [Hz]	22	44	89	178	355	710
$n(f)$ [modos/Hz]	0,1808	0,1808	0,1808	0,1808	0,1808	0,1808
N [modos]	3,98	7,96	16,10	32,19	64,19	128,39

Analisando os valores de frequência naturais calculadas pelo método de Elementos Finitos com a quantidade de modos calculados pela Equação 2.38, que é aproximada, observa-se uma boa concordância (Tabela 4.4). Esta equação tem sido extensivamente utilizada para o cálculo da densidade modal de placas planas.

Tabela 4.4: Comparação das densidades modais calculadas pelo método de Elementos Finitos e pela Equação 2.40.

1 Oitava [Hz]	Número de modos	
	FEM	Equação 2.40
31,5	3	3
63	6	7
125	13	16
250	29	32
500	58	64
1000	115	128

4.2 Placa Plana Reforçada por Vigas

Neste item, a análise da placa descrita no item anterior foi reforçada por vigas, como mostra a Figura 4.1. A placa reforçada por vigas em análise foi também modelada com elementos de placa SHELL 93, tanto a placa como as vigas “T” invertidas. A placa tem dimensões de 2100 mm x 1800 mm x 7 mm de espessura, e as vigas de reforços são vigas tipo “T” invertida com alma de 200 mm, abas de 150 mm e espessura de 10 mm. Tanto a placa como as vigas são de aço. A Figura 4.1 mostra uma vista oblíqua inferior da placa reforçada por vigas “T” invertida e a Figura 4.2 mostra as dimensões da viga.

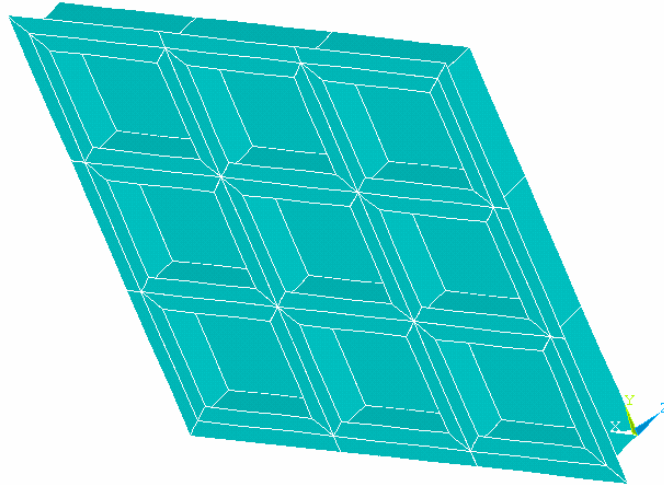


Figura 4.1: Vista oblíqua inferior da placa reforçada por vigas “T” invertida.

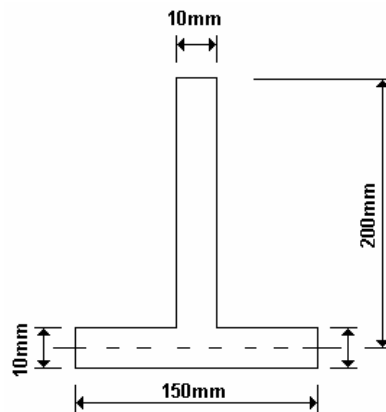


Figura 4.2: Seção transversal da viga “T” invertida.

Com relação às condições de contorno da placa reforçada por vigas, a mesma é supostamente apoiada sobre 4 colunas conforme a Figura 4.3, ou seja, os nós das abas que supostamente estão apoiados sobre as colunas possuem deslocamentos nulos como condição de contorno.

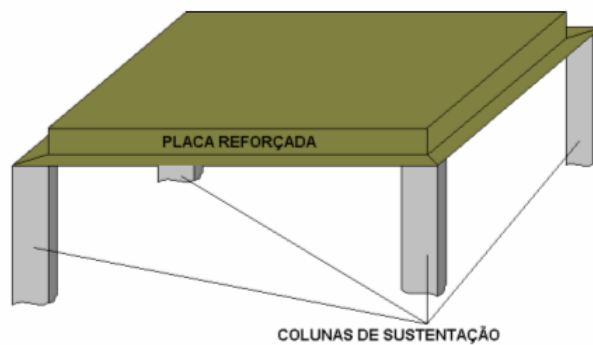
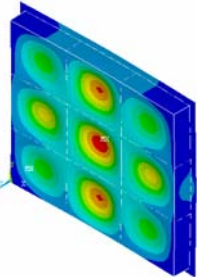
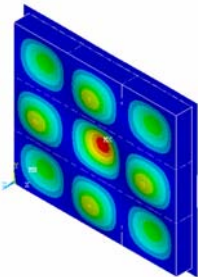
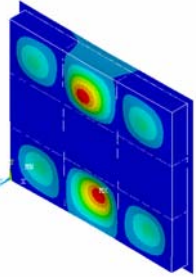
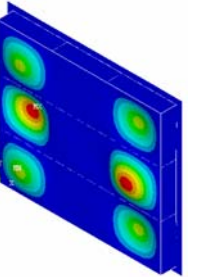
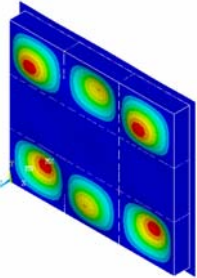
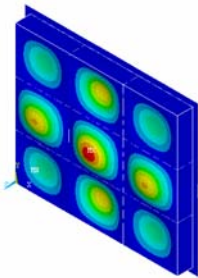
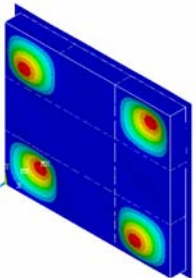
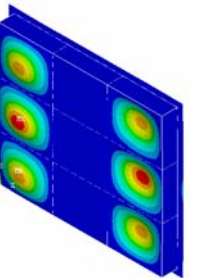
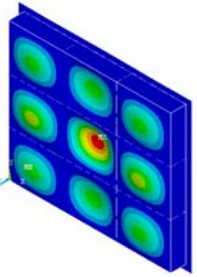
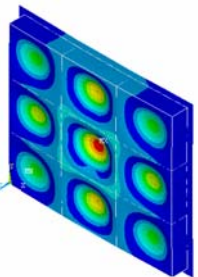
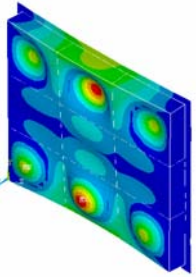
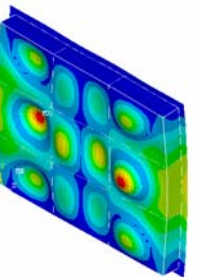
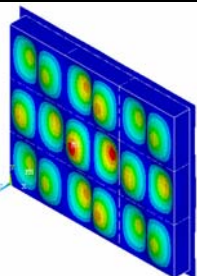
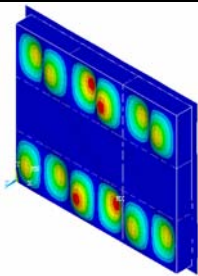
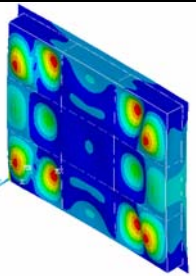
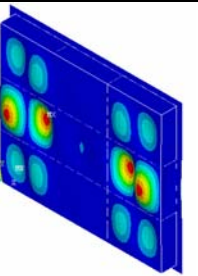


Figura 4.3: Condição de contorno da placa reforçada por vigas.

Após a modelagem, uma análise modal (nas condições descritas acima) foi processada para a obtenção das frequências naturais da estrutura. A Tabela 4.5 mostra os 16 primeiros modos de vibração da placa plana reforçada por vigas “T” invertida.

Tabela 4.5: Primeiros 16 modos de vibração e frequências naturais da placa plana reforçada por vigas modeladas em elementos finitos (2,10 m x 1,80 m x 7 mm).

			
114,35 Hz	130,11 Hz	130,36 Hz	132,54 Hz
			
134,99 Hz	135,33 Hz	136,81 Hz	137,22 Hz
			
140,07 Hz	182,76 Hz	186,99 Hz	220,43 Hz
			
245,94 Hz	248,79 Hz	250,63 Hz	253,74 Hz

A fim de comparar os valores da densidade modal da placa plana simplesmente apoiada com os da placa plana reforçada, foi elaborada a Tabela 4.6, a qual mostra os números de modos em bandas de Oitava.

Tabela 4.6: Comparação das densidades modais da placa plana simplesmente apoiada e da placa plana reforçada por vigas.

Oitava	Número de modos	
	Placa Plana Simplesmente Apoiada	Placa Plana Reforçada por Vigas
16 Hz	1	0
31,5 Hz	3	0
63 Hz	6	0
125 Hz	13	9
250 Hz	29	24
500 Hz	58	78
1000 Hz	115	209

Analisando a Tabela 4.6, pode-se notar que a placa reforçada não possui modos nas 3 primeiras bandas de oitava. Nas faixas de 125 Hz e 250 Hz a placa reforçada possui densidade modal menor do que a placa plana simplesmente apoiada e nas faixas de 500 Hz e 1000 Hz, a placa reforçada possui um número maior de modos. Esse aumento do número de nós se deve ao fato de estarem inclusos os modos locais das abas e almas das vigas de reforço. Pode-se entender os efeitos das vigas como uma extensão da área da placa aumentando o número de modos nas altas frequências. Entretanto, nas baixas frequências as vigas de reforço impedem as ressonâncias observadas na placa lisa, sem reforço.

Observa-se, nas altas frequências, que a densidade modal da placa reforçada é da ordem de duas vezes daquela para a placa não reforçada (de 3,78 m² de área). As vigas de reforço proporcionam um aumento de área de chapas de 5,40 m².

Considerando o aumento da espessura das placas usadas na representação das vigas (10 mm), comparada com a espessura da placa (7 mm), e lembrando que a densidade modal é inversamente proporcional à espessura da placa, pode-se concluir que o aumento da densidade modal de placas reforçadas está estritamente relacionada ao aumento da área total, incluindo a área das vigas. Isto é compreensível, tendo em vista a distribuição dos modos, incluindo as deformações das abas e almas das vigas.

Este resultado representa uma simplificação importante que pode ser feita em modelos de SEA, de vãos de maiores dimensões, tipicamente encontradas em plataformas *offshore*. Neste caso, esta relação quase que direta entre a densidade modal e a área total de placas poderá ser estendida até frequências mais baixas.

Este resultado mostra também, a necessidade de rever a aplicação direta da expressão (2.38) para o cálculo da densidade modal nas baixas frequências, onde o efeito de

enrijecimento proporcionado pelas vigas reduz a quantidade de modos. Este assunto requer uma análise específica para o entendimento dos mecanismos de formação dos modos locais e globais, e para a predição da densidade modal ao longo de todo espectro.

Este parâmetro é de fundamental importância em modelos de SEA uma vez que cada modo é considerado como um armazenador de energia. A energia vibratória total em cada faixa de frequência depende do número de modos.

4.2.1 Análise Experimental da Placa Reforçada

Com o intuito de validar o modelo de elementos finitos da placa plana reforçada por vigas, uma estrutura em aço foi construída sendo composta de vigas “L” e placa plana retangular, conforme a Figura 4.4.

A escolha da viga de perfil “L” se deve ao fato de que não se encontrou no comércio uma viga de perfil “T” com alma de 50 mm, então se optou pelo perfil “L” com alma e aba igual a 50 mm e espessura de 3 mm. A placa plana possui dimensões de 1200 mm x 1000 mm x 2 mm de espessura.

Tanto a placa como as vigas “L” foram modeladas da mesma forma, ou seja, utilizou-se elemento de placa SHELL 93.

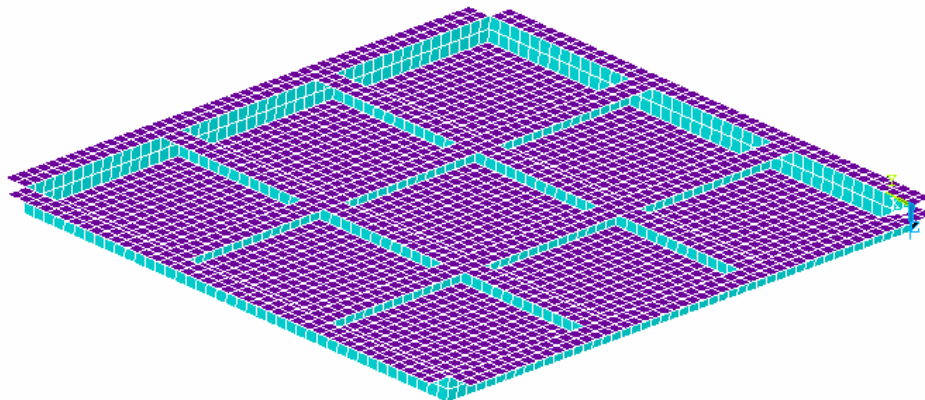


Figura 4.4: Vista inferior da placa plana reforçada por vigas “L”.

As vigas “L” foram cortadas e soldadas à placa com solda MIG em alguns pontos (Figura 4.6). A solda foi somente pontual devido à fina espessura da placa, evitando empenamento. Após a solda, foi aplicado cola estrutural na junção entre a placa e as vigas.

Uma vez montada a placa reforçada, a mesma foi pendurada em uma estrutura (Figura 4.5) por cabos finos de aço de massa desprezível. Uma porca foi colada na placa, conectando-a à célula de força, que, por sua vez, estava conectada ao excitador eletrodinâmico através de um arame fino de aço para garantir que a força fosse aplicada somente em uma direção e para assegurar a integridade física do transdutor, atuando como fusível mecânico.

A Figura 4.6 mostra detalhes da solda e da cola das vigas à placa, e a Figura 4.7 mostra uma vista geral da montagem do excitador à placa.

Foram feitas algumas medições, alterando a localização da excitação e também alterando a localizações de 4 acelerômetros que foram colados na placa.

O sinal de força em forma de ruído branco (sinal com densidade de energia constante com a frequência), na faixa de 0 até 1600 Hz foi gerado no próprio analisador de sinais. Foram consideradas as médias de 30 amostras dos sinais, para cada ponto medido.

Os sinais do transdutor de força e do acelerômetro foram condicionados pelos seus respectivos pré-amplificadores (embutidos no analisador) e processados no próprio analisador. Através da Transformada de Fourier, os sinais foram adquiridos em função do tempo e transformados em espectros de frequência. Assim, foram obtidas as curvas resposta em frequência, na forma de inertância, em vários pontos da placa.



Figura 4.5: Vista traseira da placa reforçada por vigas “L”.



Figura 4.6: Detalhe das vigas “L”.

Para a comparação dos resultados numéricos e experimentais, respostas em frequências do tipo mobilidade foram obtidas em elementos finitos. Como anteriormente, as respostas em frequências medidas experimentalmente são inertâncias. Portanto, estas foram transformadas em respostas do tipo mobilidade a fim de permitir a comparação.

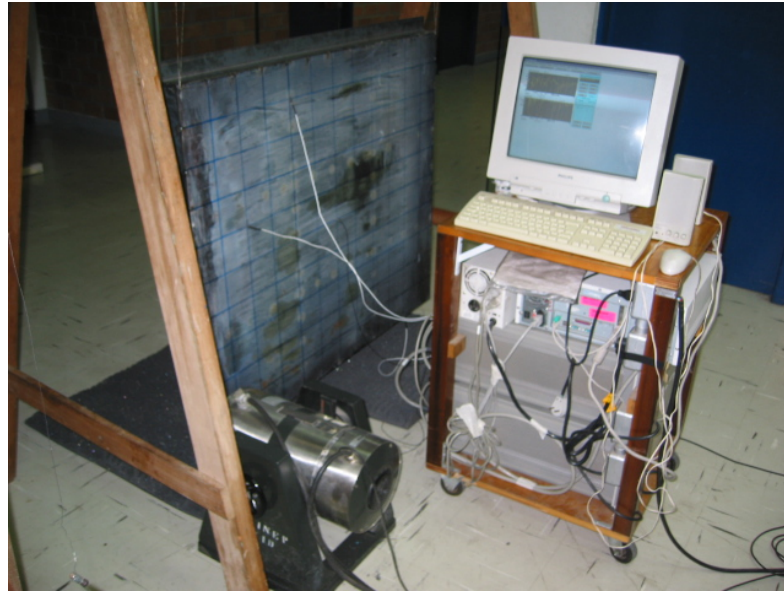


Figura 4.7: Foto do Experimento da placa plana reforçada por vigas “L”.

Equipamentos utilizados no experimento estão listados abaixo.

- *Shaker Type 4812 - Brüel & Kjar;*
- *Shaker Type 4810 - Brüel & Kjar;*
- *Acelerômetros Type 4344 Brüel & Kjar e PCB;*
- *Analisador de Sinais HP35652B;*
- *Amplificador de Potência Type 2707 - Brüel & Kjar;*
- *Célula de Força Type 8200 - Brüel & Kjar;*

Um dos resultados obtidos experimentalmente e comparado com o resultado modelado em elementos finitos pode ser visto na Figura 4.8, abaixo.

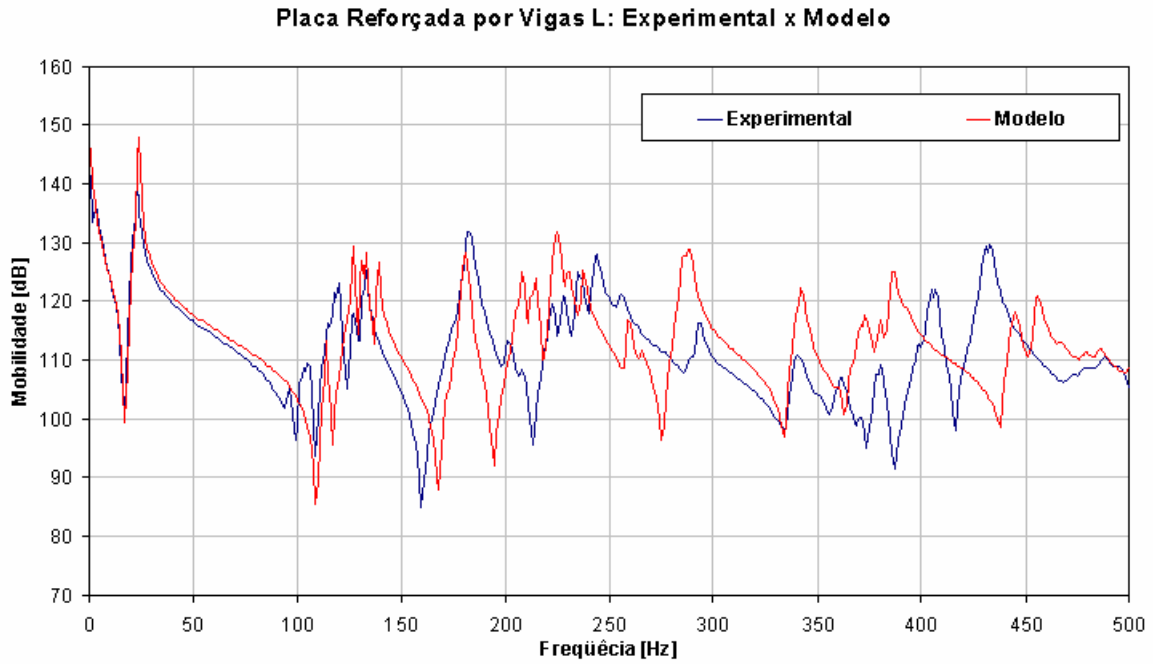


Figura 4.8: Comparação entre resultado em elementos finitos e experimental.

Pode-se observar que a concordância é apenas razoável. Isso se deve ao fato de que a soldagem não ser contínua, e a cola talvez não garanta a continuidade dos deslocamentos na linha de união. Mesmo assim, os níveis dos picos são compatíveis.

4.3 Análise da Parte Real da Mobilidade Pontual da Placa Reforçada e Simplesmente Apoiada

O objetivo desta análise é avaliar a capacidade da estrutura (placa reforçada) de absorver potência vibratória a partir dos esforços transmitidos pela base. Para isso foram selecionados alguns trechos ao longo da placa reforçada a fim de analisar variações desta capacidade de absorver energia vibratória, dependendo do posicionamento das vigas de reforço. Estes trechos são escolhidos, pois serão neles que a base será acoplada a placa reforçada.

Foi selecionada a função resposta em frequência tipo mobilidade, definida no Capítulo 02, Equação 2.49

$$Y(f) = \frac{\mathfrak{A}(f)}{F(f)} \quad (4.4)$$

A rigor deveriam ser consideradas todas as funções resposta em frequência relacionadas a todos os esforços que atuam em cada segmento, que são as três forças e os três momentos. Devido ao enorme esforço computacional necessário para tal, esta análise limitou-

se à função Mobilidade pontual correspondente à força transversal ao plano da placa, tendo como resposta a velocidade transversal ao longo da placa.

Sabe-se que a potência transferida através de qualquer segmento por uma força F , depende da parte real da mobilidade ($\text{Re}\{Y\}$), na forma (Capítulo 02, Equação 2.48)

$$W_{trans} = \frac{1}{2} |F|^2 \text{Re}\{Y\} \quad (4.5)$$

Este parâmetro representa a capacidade de uma estrutura de absorver energia vibratória. Portanto, uma comparação entre os valores de $\text{Re}\{Y\}$ permitem avaliar os efeitos que as vigas de reforço exercem sobre a capacidade de absorver energia. Deve-se lembrar que a parte real da função mobilidade representa a componente da excitação que está perfeitamente em fase com a respectiva velocidade. Dessa forma, este parâmetro está diretamente relacionado à capacidade de transmissão ou de absorção de energia vibratória.

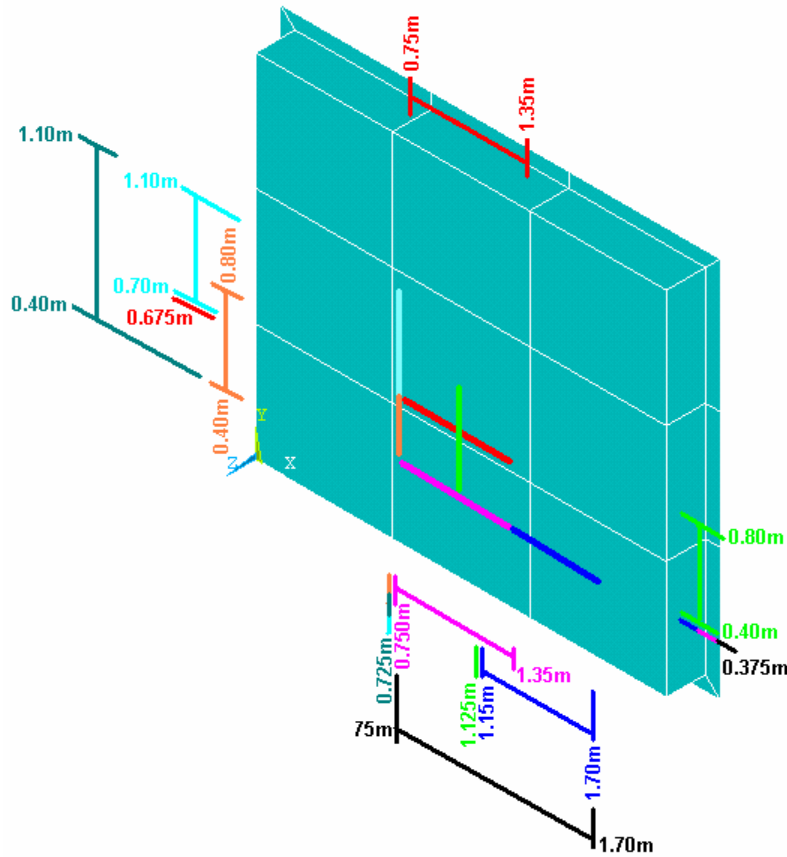


Figura 4.9: Intervalos nos quais são calculadas as mobilidades pontuais devidas à força unitária.

A Figura 4.9 mostra os intervalos nos quais são calculadas as respostas em frequência (Mobilidade) pontuais. Para simplificar, pois há superposição de intervalos, os intervalos são:

- $y = 0,375$ m e $x = (0,75$ m, $1,70$ m);
- $y = 0,675$ m e $x = (0,75$ m, $1,35$ m);
- $x = 1,125$ m e $y = (0,40$ m, $0,80$ m);
- $x = 0,725$ m e $y = (0,40$ m, $1,10$ m).

Nas figuras abaixo, as curvas pintadas em vermelho simboliza os pontos que estão localizados sobre as vigas de reforço.

• **Intervalo $y = 0,375$ m e $x = (0,75$ m, $1,70$ m):**

Observando (Figuras 4.10 e 4.11) a curva da parte real da mobilidade no ponto que possui viga de reforço e comparando-o com os pontos adjacentes, ou seja, os pontos que não possuem vigas de reforço, nota-se que a presença da viga faz com que a curva da parte real da mobilidade seja menor que nos pontos adjacentes, indicando que a potência transferida neste ponto é menor que nos demais, conforme esperado, ou seja, neste ponto a absorção de energia é maior e a transferência de potência vibratória é menor. Na Figura 4.11 pode-se notar também a curva da média da parte real das mobilidades pontuais, representada pela cor preta.

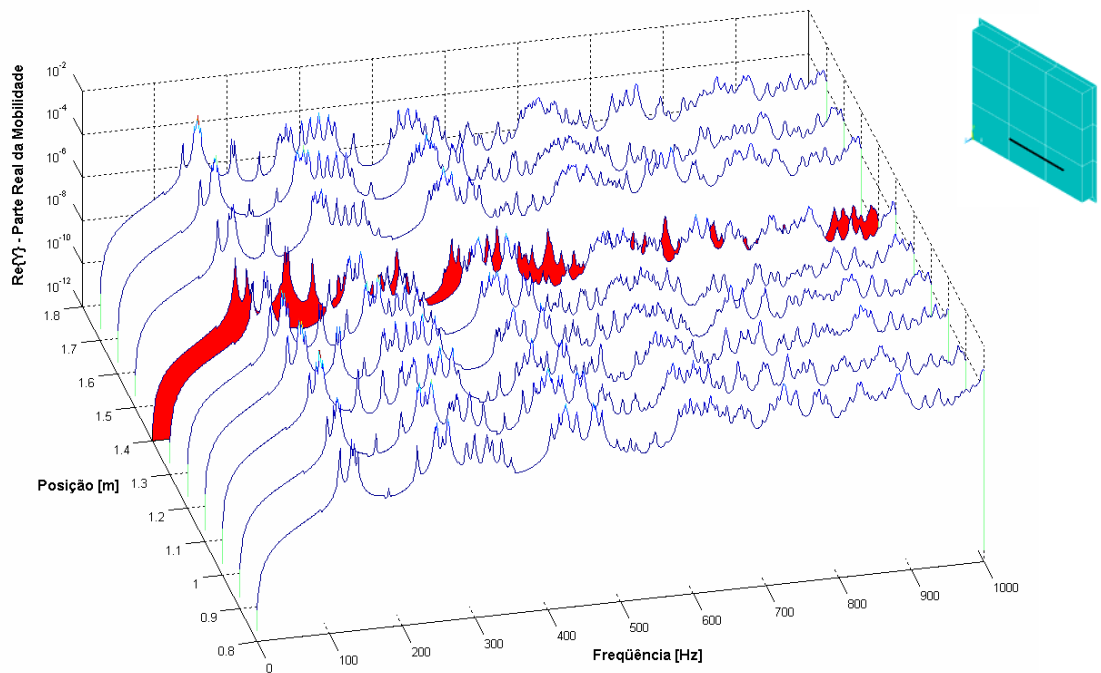


Figura 4.10: Parte Real das Mobilidades pontuais da placa plana reforçada no intervalo $y = 0,375$ m e $x = (0,75$ m – $1,70$ m) no intervalo de frequência de 0 até 1 kHz.

Observe que o valor deste parâmetro para o ponto sobre a viga de reforço é aproximadamente duas ordens de grandeza menor comparando ao dos pontos localizados sobre a placa (picos com valores da ordem de 10^{-5}). Isto indica claramente a importância do enrijecimento da placa, como sendo uma das formas de minimizar a absorção de energia vibratória.

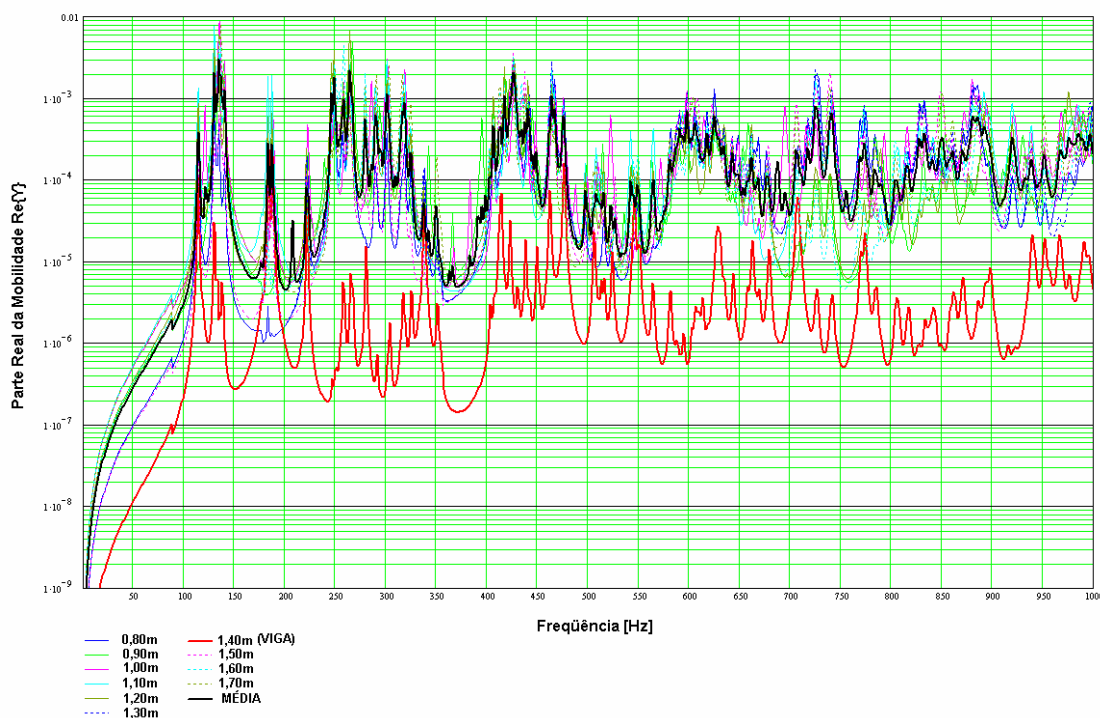


Figura 4.11: Parte Real das Mobilidades pontuais da placa plana reforçada no intervalo $y = 0,375$ m e $x = (0,80$ m – $1,70$ m) no intervalo de frequência de 0 até 1 kHz.

São vários os procedimentos disponíveis para a redução da capacidade de absorção da energia vibratória. Além do enrijecimento da estrutura, que pode ser conseguido não apenas com o uso de enrijecedores, mas com aumento da espessura da chapa e introdução de raios de curvatura, assim como, pode-se também usar massas de bloqueio. Todos estes procedimentos proporcionam um aumento da impedância (redução da mobilidade), através de efeitos de rigidez ou de inércia.

Procura-se, sempre que possível, minimizar a absorção de energia vibratória com o mínimo possível de adição de massa.

O uso de isoladores de vibração nem sempre é a solução preferida a ser adotada em plataformas *offshore* devido às maiores amplitudes de movimento do conjunto motor de acionamento e máquinas, as quais causam problemas frequentes de fadiga da tubulação conectada a este conjunto.

Portanto, a solução através do uso de elementos de enrijecimento costuma ser considerada em primeiro lugar.

- **Intervalo $y = 0,675$ m e $x = (0,75$ m, $1,35$ m):**

Observando as Figuras 4.13 e 4.14, pode-se notar que quando o ponto está próximo à viga, a parte real da mobilidade possui níveis menores e, quanto mais afastado da viga de reforço, a parte real da mobilidade aumenta consideravelmente.

A Figura 4.12 mostra que, devido a simetria, a mobilidade do ponto situado na localização $x = 0,75$ m e $y = 0,675$ m é igual a mobilidade do ponto localizado em $x = 1,35$ m e $y = 0,675$ m e assim como os outros mostrados na figura.

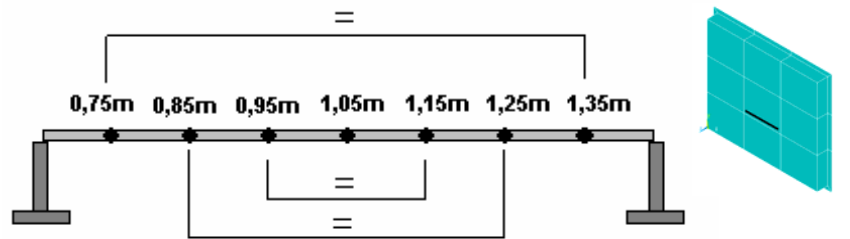


Figura 4.12: Corte da placa reforçada na localização Centro.

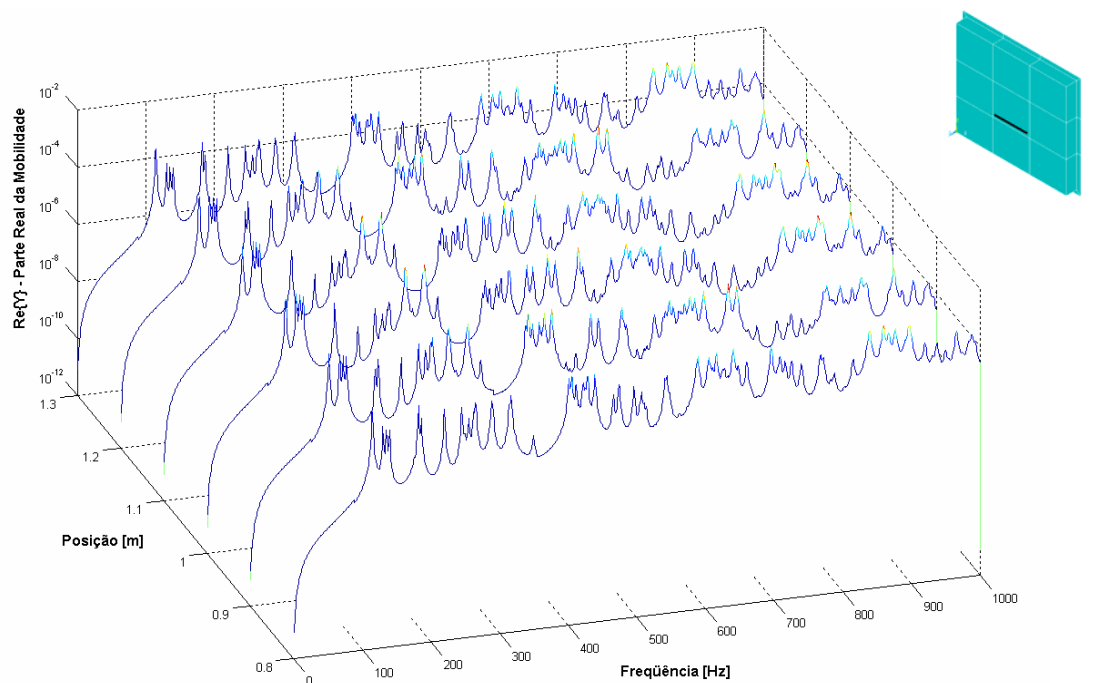


Figura 4.13: Parte Real das Mobilidades pontuais da placa plana reforçada no intervalo $y = 0,675$ m e $x = (0,75$ m – $1,35$ m) no intervalo de frequência de 0 até 1 kHz.

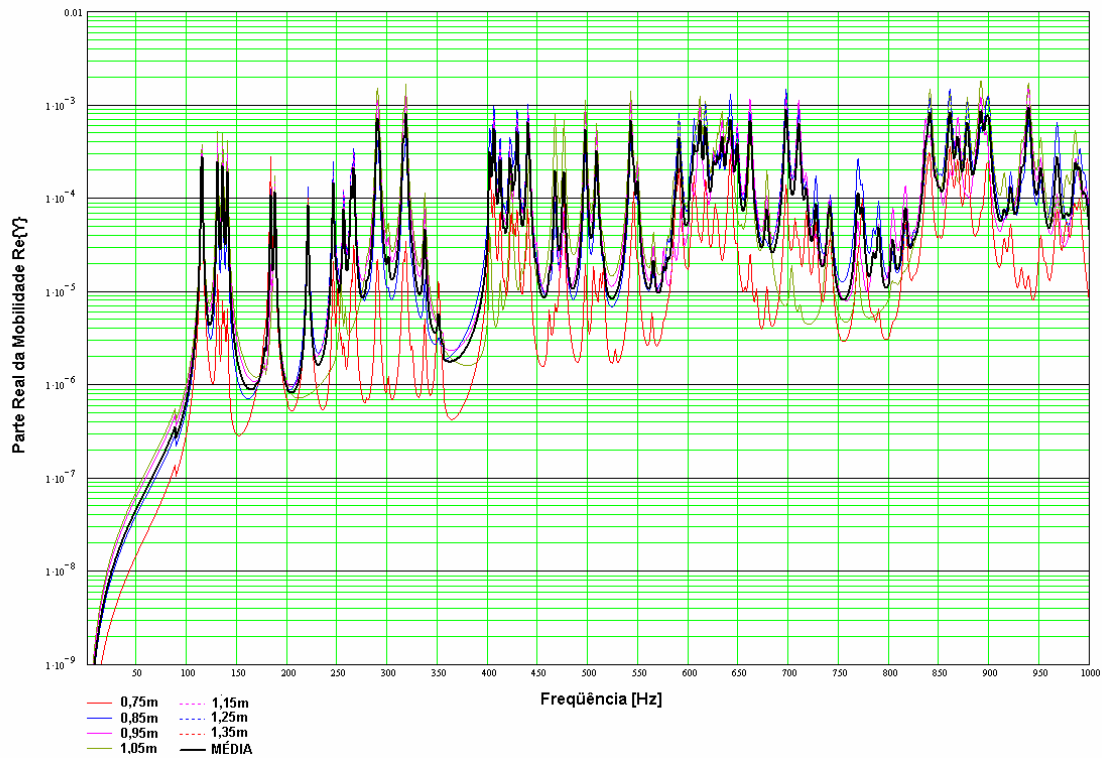


Figura 4.14: Parte Real das Mobilidades pontuais da placa plana reforçada no intervalo $y = 0,675$ m e $x = (0,75$ m – $1,35$ m) no intervalo de frequência de 0 até 1 kHz.

Neste caso, os resultados para os pontos localizados próximos das vigas, $x=0,75$ m e $x=1,35$ m, mostrados com cores vermelho, apresentam menores níveis, em relação aos demais pontos. Desta vez, a redução é da ordem de 10 vezes, provavelmente devido ao fato de os demais pontos já estarem localizados sobre as vigas.

Os resultados obtidos nos intervalos $x = 1,125$ m e $y = (0,40$ m, $0,80$ m) e $x = 0,725$ m e $y = (0,40$ m, $1,10$ m) encontram-se no Apêndice A.

A Figura 4.15 mostra a média da parte real da mobilidade de todos os trechos, incluindo todos os pontos do trecho.

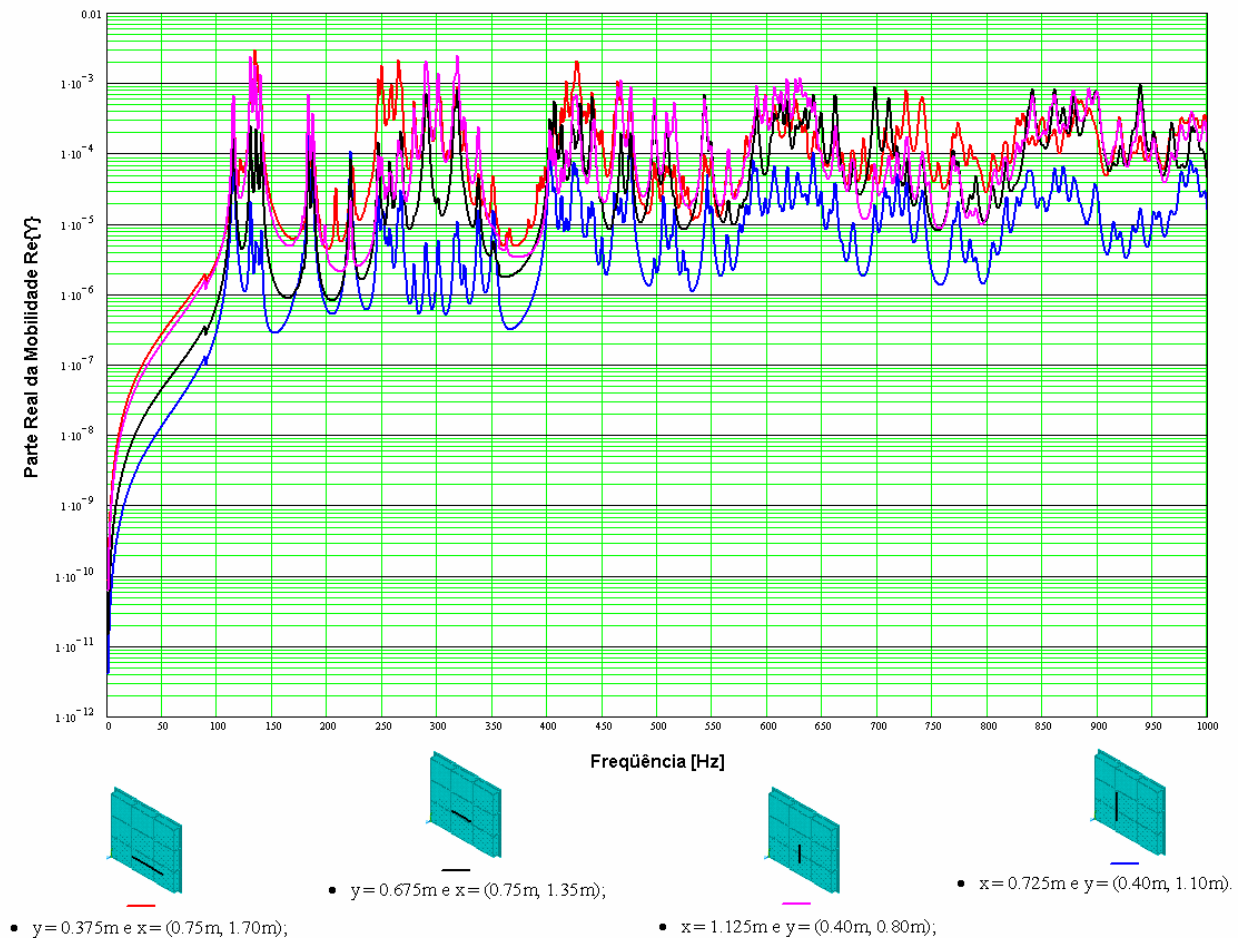


Figura 4.15: Média das partes reais da mobilidade dos quatro intervalos analisados da placa reforçada.

Através da Figura 4.15 pode-se notar que quando os pontos estão próximos da viga de reforço como é o caso do intervalo $x = 0,725\text{ m}$ e $y = (0,40\text{ m}, 1,10\text{ m})$ (curva em azul) a parte real da mobilidade é menor, portanto absorve menos e transmite mais energia. O oposto ocorre no intervalo $x = 1,125\text{ m}$ e $y = (0,40\text{ m}, 0,80\text{ m})$ (curva rosa), no qual existem pontos mais afastados da viga.

Este resultado mostra a grande dispersão dos valores obtidos para a parte real da mobilidade. Variações da ordem de 10 dB a 20 dB são observadas. Isto indica que o fluxo de energia vibratória total a ser transmitido por uma base a uma chapa reforçada depende grandemente da sua disposição em relação às vigas de reforço.

O cálculo do fluxo total de energia vibratória deverá considerar todos os tipos de esforços que atuam em cada elemento distribuído ao longo do contorno da base.

Pode-se, também, observar que é desejável a presença de grandes vigas de reforço. Entretanto, as especificações destas vigas obedecem a critérios de pesos e/ou de cargas elétrica, não sendo considerados os efeitos de fluxo de energia vibratória.

A mesma análise foi feita para a placa plana simplesmente apoiada, de mesmas dimensões, e, porém, sem as vigas de reforços, como mostra a Figura 4.16.

O objetivo em fazer a mesma análise na placa plana simplesmente apoiada é de poder comparar a influência das vigas de reforço no que diz respeito à absorção e transmissão de energia. A Figura 4.16 mostra os intervalos nos quais são calculadas as respostas em frequência (Mobilidade) pontuais, os mesmos da placa reforçada.

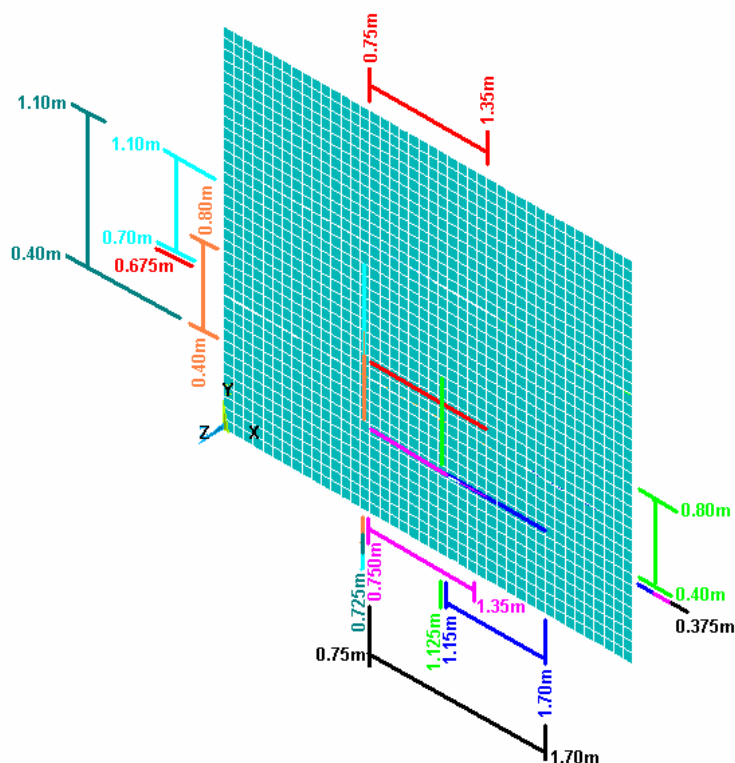


Figura 4.16: Intervalos nos quais são calculadas as Mobilidades pontuais devido a Força unitária.

Como todas as regiões da placa plana não possuem qualquer reforço, somente é analisado aqui um intervalo. Os outros intervalos são analisados no Apêndice A.

A Figura 4.17 mostra a parte real da mobilidade dos pontos do intervalo $y = 0,375 \text{ m}$ e $x = (0,75 \text{ m} - 1,70 \text{ m})$. Nota-se que não há variações significativas entre os resultados obtidos para os vários pontos distribuídos ao longo deste segmento, conforme seria esperado considerando impedâncias mais uniformes ao longo da placa. Os valores médios dos picos da parte real da mobilidade variam pouco com a frequência e são também da ordem de 10^{-3} , conforme foi observado no caso da placa reforçada.

- Intervalo $y = 0,375$ m e $x = (0,75$ m, $1,70$ m):

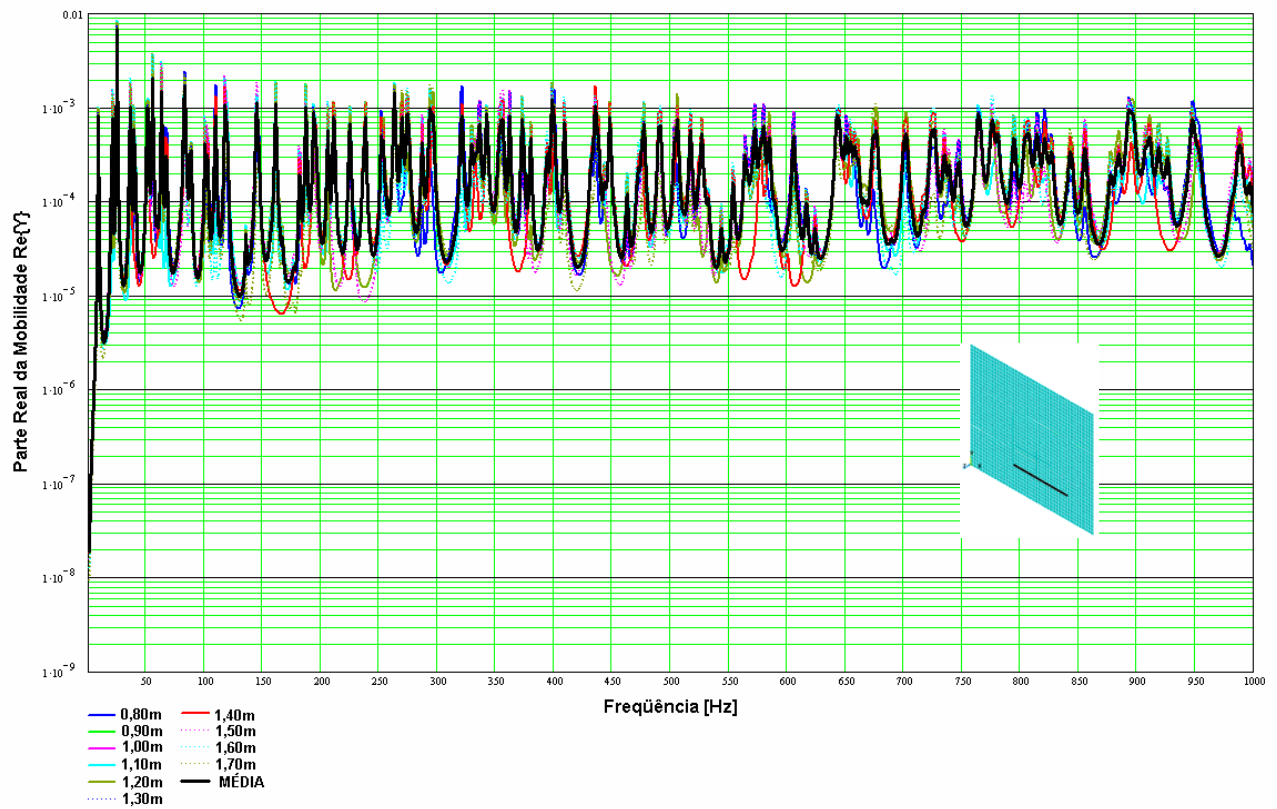


Figura 4.17: Parte Real das Mobilidades pontuais da placa plana simplesmente apoiada no intervalo $y = 0,375$ m e $x = (0,75$ m – $1,70$ m) no intervalo de frequência de 0 até 1 kHz.

Na Figura 4.18, as médias da parte real da mobilidade dos pontos de cada intervalo são mostradas. Observa-se também que não há muita diferença nos resultados nos diferentes intervalos.

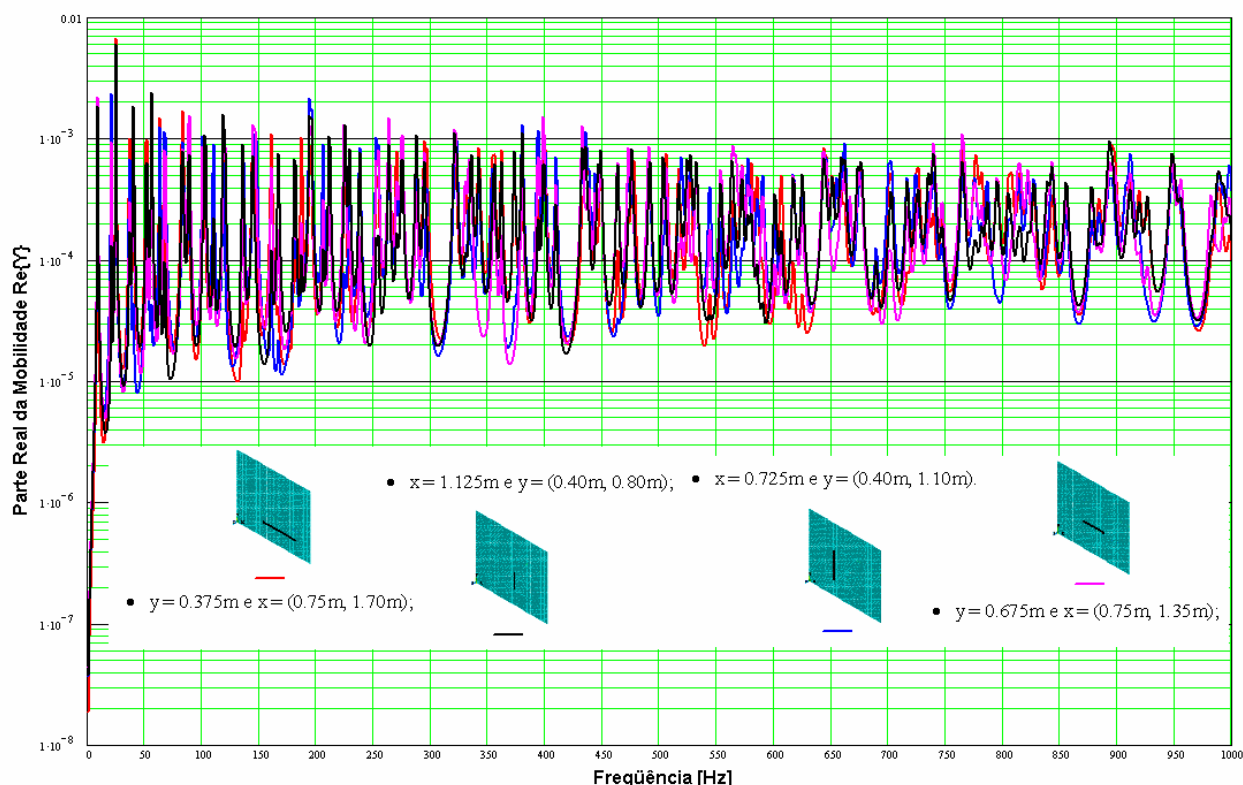


Figura 4.18: Média das partes reais da mobilidade dos quatros intervalos analisados da placa plana simplesmente apoiada.

Os gráficos a seguir (Figuras 4.19, 4.20, 4.21 e 4.22) mostram comparações entre a média da parte real da mobilidade da placa reforçada com a da placa plana simplesmente apoiada.

A Figura 4.19 mostra a comparação entre os valores da parte real da mobilidade calculados para o trecho $y = 0,375$ m e $x = (0,75$ m, $1,70$ m). Observa-se claramente os efeitos das vigas de reforço nas baixas frequências, abaixo de 114 Hz que é a frequência de ressonância do primeiro modo. Para frequências maiores, observa-se a formação de grupos de modos concentrados, nos resultados da placa reforçada. Isto é comumente encontrado em estruturas periódicas, e esta estrutura sendo analisada apresenta comportamento semelhante. Nas altas frequências, entretanto, os níveis das repostas tornam-se similares.

Comportamento similar aos apresentados acima são observados para os dois outros trechos analisados: $y=0,675$ m e $x=0,75$ m a $1,35$ m, e $x=1,125$ m e $y=0,40$ m a $0,80$ m. Novamente as concentrações de modos e regiões com ausência de modos são observadas para a placa reforçada.

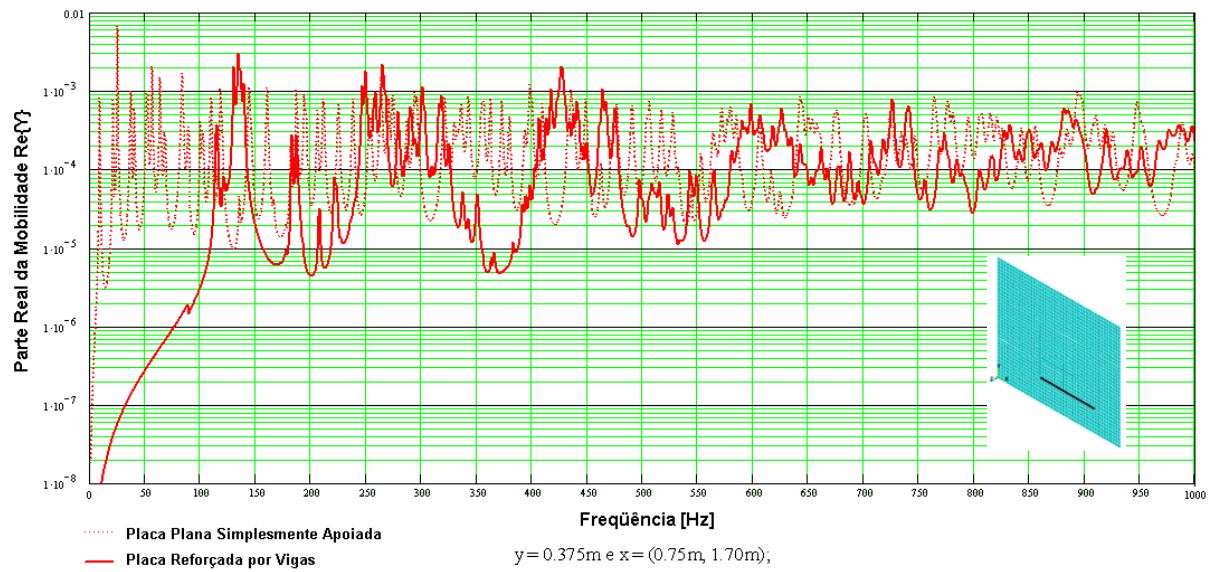


Figura 4.19: Comparação entre a média da parte real da mobilidade da placa plana simplesmente apoiada com a da placa reforçada por vigas no intervalo $y = 0,375\text{ m}$ e $x = (0,75\text{ m}, 1,70\text{ m})$.

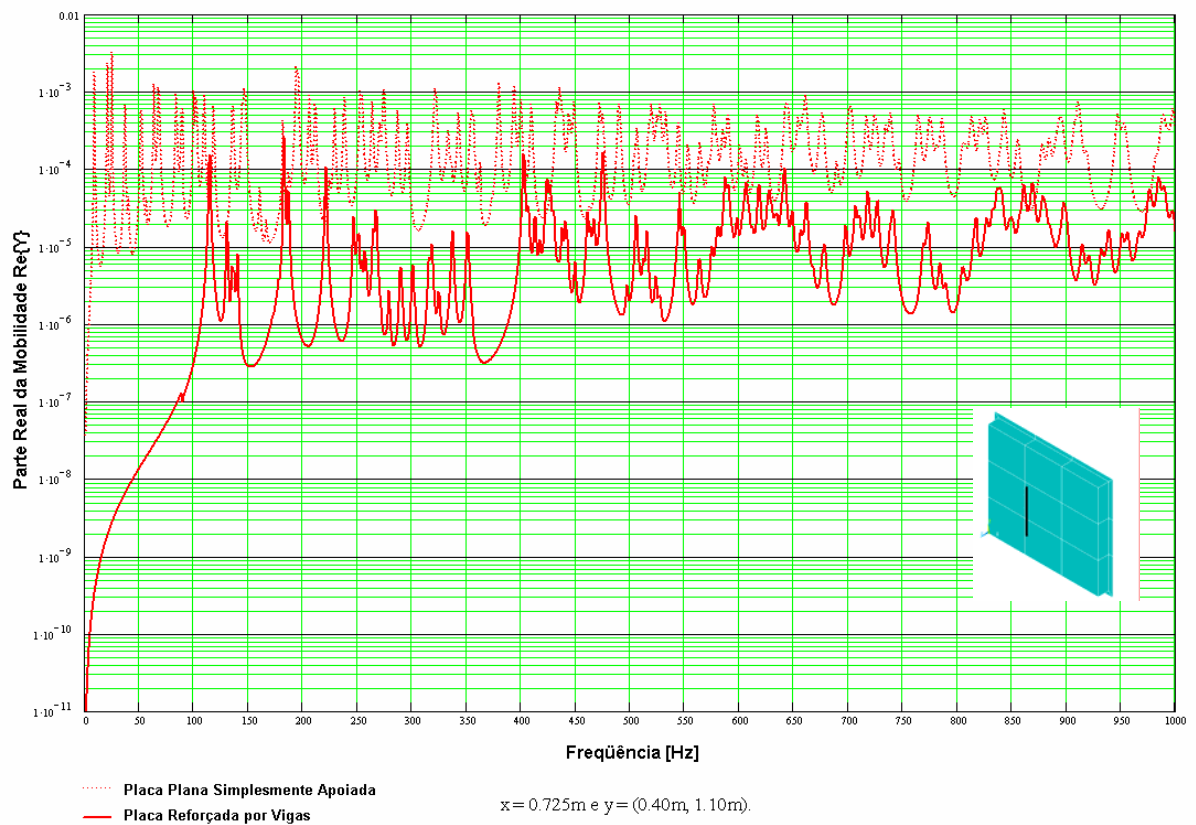


Figura 4.20: Comparação entre a média da parte real da mobilidade da placa plana simplesmente apoiada com a da placa reforçada por vigas no intervalo $x = 0,725\text{ m}$ e $y = (0,40\text{ m}, 1,10\text{ m})$.

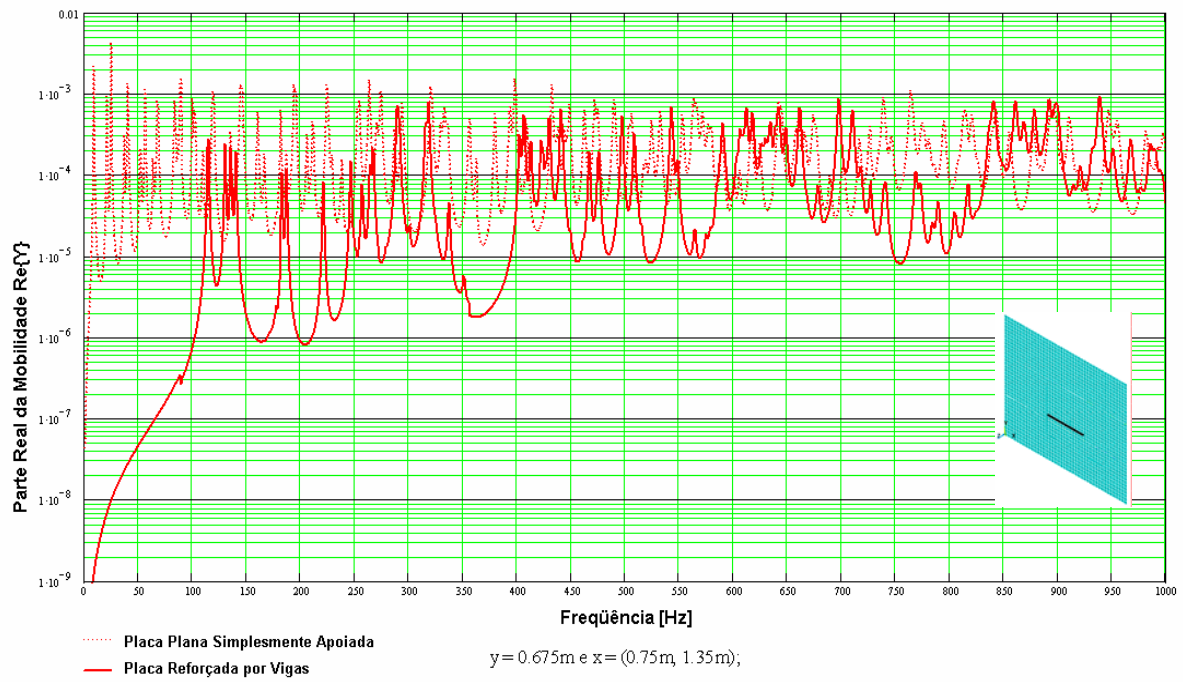


Figura 4.21: Comparação entre a média da parte real da mobilidade da placa plana simplesmente apoiada com a da placa reforçada por vigas no intervalo $y = 0,675\text{ m}$ e $x = (0,75\text{ m}, 1,35\text{ m})$.

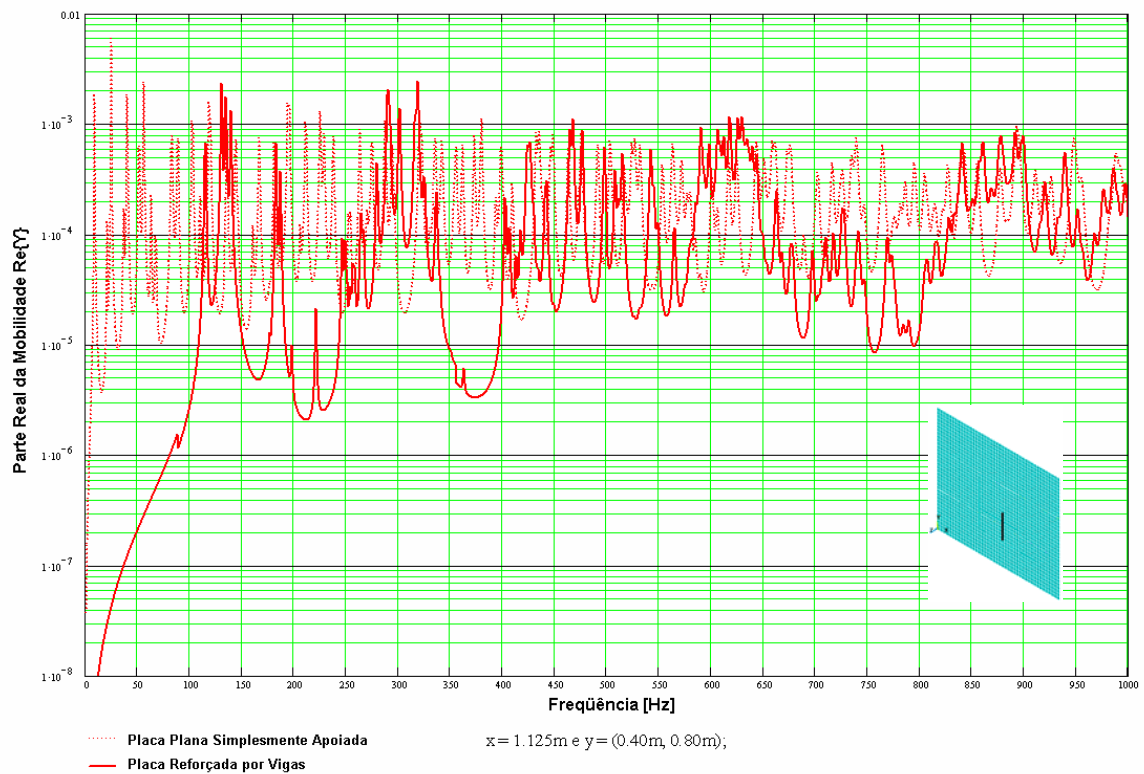


Figura 4.22: Comparação entre a média da parte real da mobilidade da placa plana simplesmente apoiada com a da placa reforçada por vigas no intervalo $x = 1,125\text{ m}$ e $y = (0,40\text{ m}, 0,80\text{ m})$.

Os gráficos a seguir, resumem as atenuações provocadas pelas vigas de reforço na parte real da mobilidade [dB], em faixas de 1/1 Oitava, para os segmentos considerados.

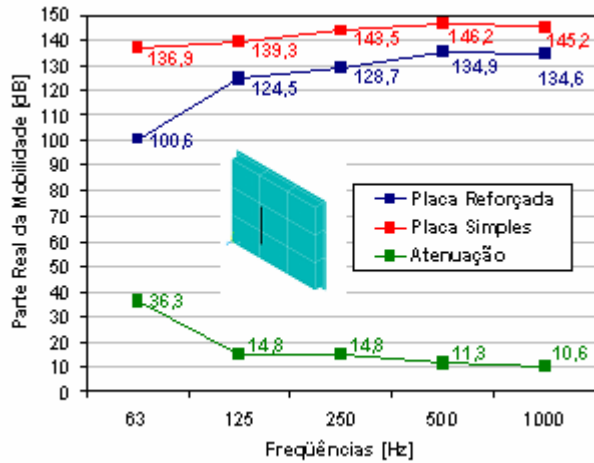


Figura 4.23: Atenuação provocada pelas vigas de reforço no intervalo $x = 0,725$ m e $y = (0,40$ m, 1,10 m).

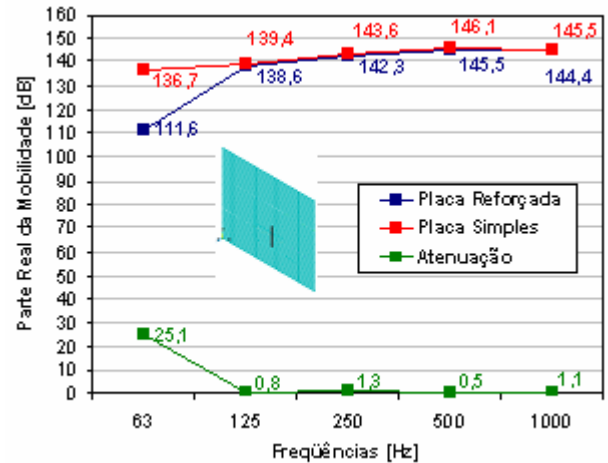


Figura 4.24: Atenuação provocada pelas vigas de reforço no intervalo $x = 1,125$ m e $y = (0,40$ m, 0,80 m).

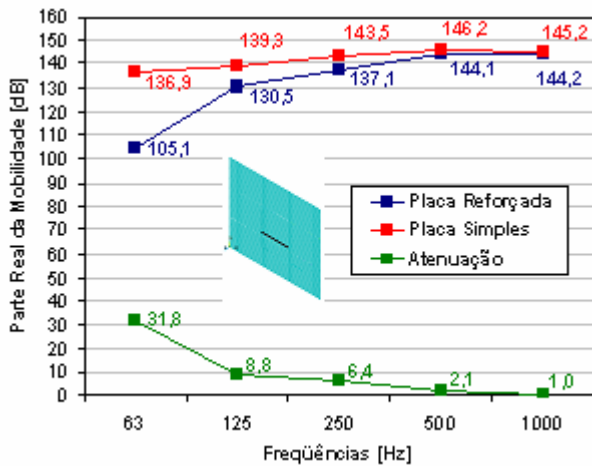


Figura 4.25: Atenuação provocada pelas vigas de reforço no intervalo $y = 0,675$ m e $x = (0,75$ m, 1,35 m).

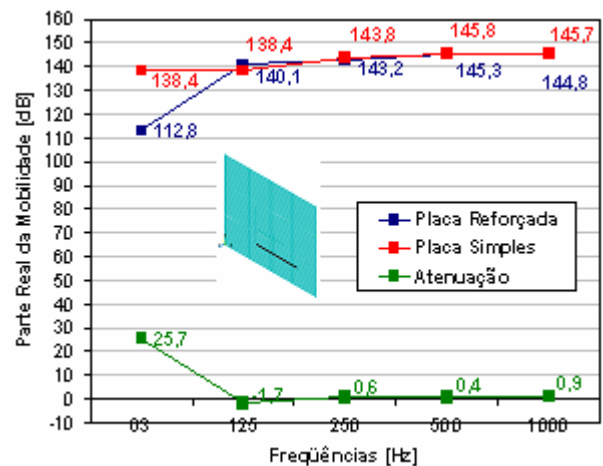


Figura 4.26: Atenuação provocada pelas vigas de reforço no intervalo $y = 0,375$ m e $x = (0,75$ m, 1,70 m).

Os resultados mostram que independente do intervalo, a primeira faixa de frequência (63 Hz) apresenta atenuação considerável nas placas reforçadas por vigas em relação à placa plana simplesmente apoiada, variando de 25 a 36 dB nos intervalos estudados.

Já no intervalo nos quais os pontos estão sobre as vigas de reforços, as atenuações ocorrem por todas as faixas de frequências variando de 0 a 15 dB, aproximadamente (Figura 4.23). Conforme os pontos se afastam das vigas de reforço, as atenuações causadas por estas se tornam menores (Figuras 4.24 e 4.25).

Os resultados apresentados neste capítulo mostram claramente a influencia das vigas de reforço em dois aspectos: no número de modos ao longo da faixa de frequência de interesse e na capacidade da placa reforçada de absorver energia vibratória transmitida pelos esforços originados nas vibrações das máquinas e equipamentos instalados. É desejável a presença de vigas maciças que proporcionem a máxima impedância possível de ser obtida.

Capítulo 5

Análise da Placa Reforçada com a Base Acoplada

Neste capítulo são feitas várias análises referentes ao conjunto placa reforçada por vigas “T” invertida tendo a base (viga tipo C) acoplada. Os resultados mostrados neste capítulo baseiam-se em valores de energia vibratória da placa através do cálculo da média temporal e espacial da velocidade quadrada. Inicialmente, será mostrada uma análise que tem como objetivo verificar a quantidade mínima de nós com os quais é calculada a velocidade média temporal e espacial quadrática para representar a energia vibratória da estrutura. Essa análise tem sua importância devido ao fato do tempo de processamento depender da quantidade de nós escolhidos para a obtenção das velocidades, ou seja, quanto maior a quantidade de nós escolhidos, maior é o tempo de processamento.

Nesta análise, foi escolhida para o estudo, uma placa (dimensões 1100 mm x 1000 mm x 5 mm) reforçada por vigas T invertida (alma 50 mm, abas 50 mm e 5 mm de espessura), sendo as vigas de reforço, apenas para esta análise, modeladas por elementos de viga, a fim de reduzir o tempo de processamento. A Figura 5.1 mostra a placa reforçada. O elemento de placa usado neste caso para modelar a placa é o SHELL 93 (com 8 nós) e o elemento de viga é o BEAM 44 (com 2 nós).

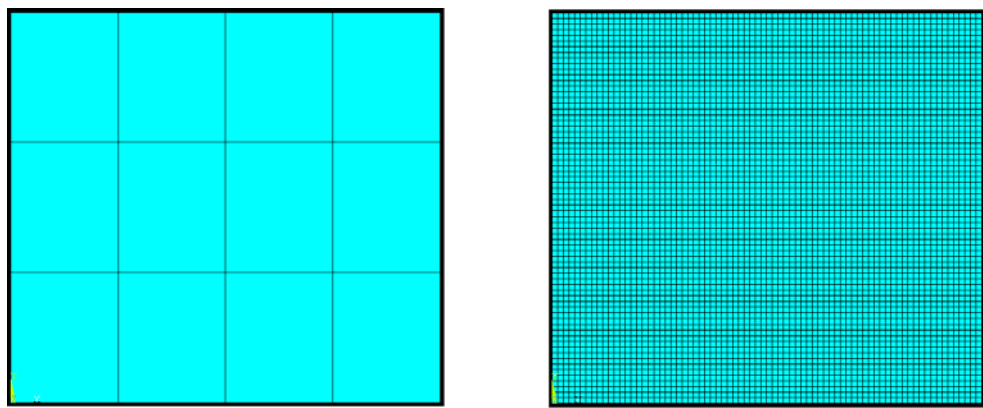


Figura 5.1: Placa reforçada por vigas T invertidas.

Para esta análise, a placa está sendo representada por um modelo com 5390 nós. Foram consideradas diversas quantidades de nós para o cálculo da média temporal e espacial da velocidade quadrada. A Tabela 5.1, abaixo, mostra uma relação entre a quantidade de nós e o tempo de processamento para alguns casos. Neste estudo foi utilizado um microcomputador Pentium III 933MHz com 512 Mbytes de memória Ram e HD de 40 Gbytes.

Tabela 5.1: Número de nós e respectivos tempos de processamento.

NÓS	TEMPO
12	4h28 min
92	4h58 min
204	5h29 min
5390 (todos)	31h45min

Através desta tabela, pode-se ver a importância da escolha do número adequado de pontos para o cálculo suficientemente preciso da velocidade média espacial. A escolha das posições dos nós foi feita de forma aleatória, porém procurando ser de forma bem distribuída na placa. A Figura 5.2 mostra três exemplos das posições escolhidas para 24, 36 e 92 nós, respectivamente.

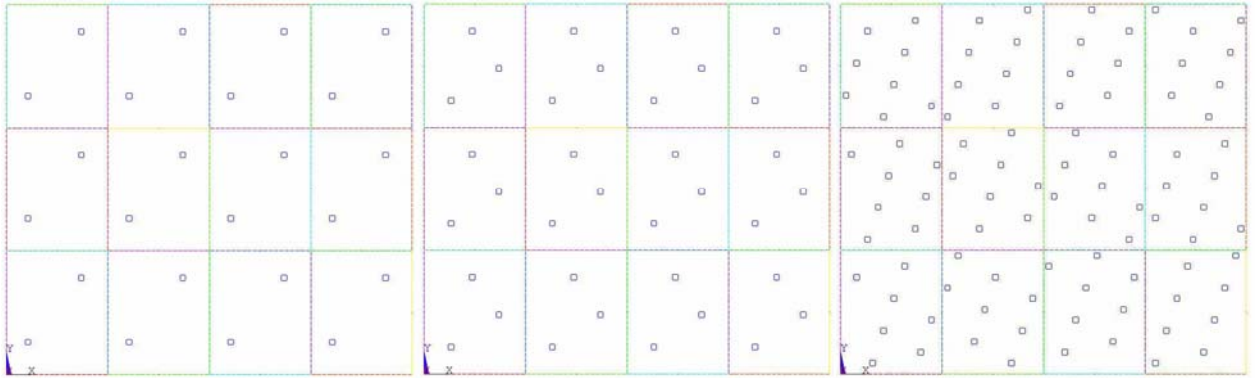


Figura 5.2: Distribuição dos pontos de aquisição das velocidades: 24 nós, 36 nós e 92 nós, respectivamente.

A Figura 5.3 mostra a média temporal e espacial da velocidade quadrada em função do número de nós. Para esta análise, a média temporal e espacial da velocidade quadrada é transformada em nível de vibração.

$$L_v = 10 \log_{10} \left(\frac{\langle \bar{V}^2 \rangle}{V_{ref}^2} \right) \quad [\text{dB}] \quad (5.1)$$

em que L_v representa média temporal e espacial da velocidade quadrada, em dB, e $V_{ref} = 10^{-9}$ m/s velocidade de referência (ISO 1683:1983).

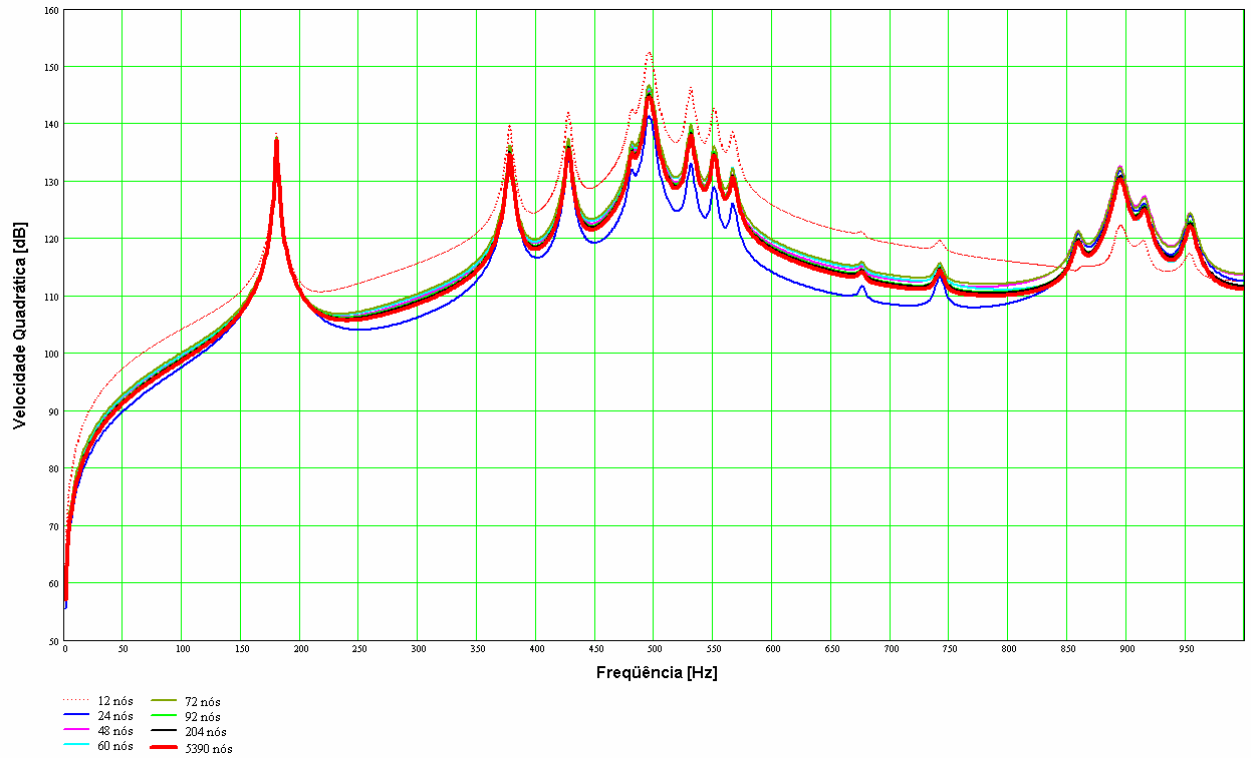


Figura 5.3: média temporal e espacial da velocidade quadrada em função das quantidades de nós (0Hz a 1KHz).

Analisando a Figura 5.3 e a Tabela 5.1, pode-se notar que a melhor escolha da quantidade de nós para o cálculo da Energia Vibratória para uma placa reforçada com área de $1,1 \text{ m}^2$ é da ordem de 200 pontos (nós). Essa escolha possui um erro menor do que 0,5 dB.

A discretização, ou seja, o Δf utilizado nesta análise é de 1 Hz.

5.1 Modelo de Elementos Finitos

Neste capítulo será detalhado o modelo em elementos finitos da placa reforçada com a base acoplada à mesma, usando o *software* comercial ANSYS 5.3.

A forma da base já foi descrita no Capítulo 3, assim como a placa reforçada por viga “T” invertida foi descrita no Capítulo 4.

A base é conectada à placa reforçada por meio de ligações rígidas através do comando CERIG. Este comando possibilita a transferência de translações e rotações de um nó (da base) para um outro nó (da placa reforçada). A Figura 5.4 mostra em detalhe a ligação rígida entre os nós da base e os nós da placa.

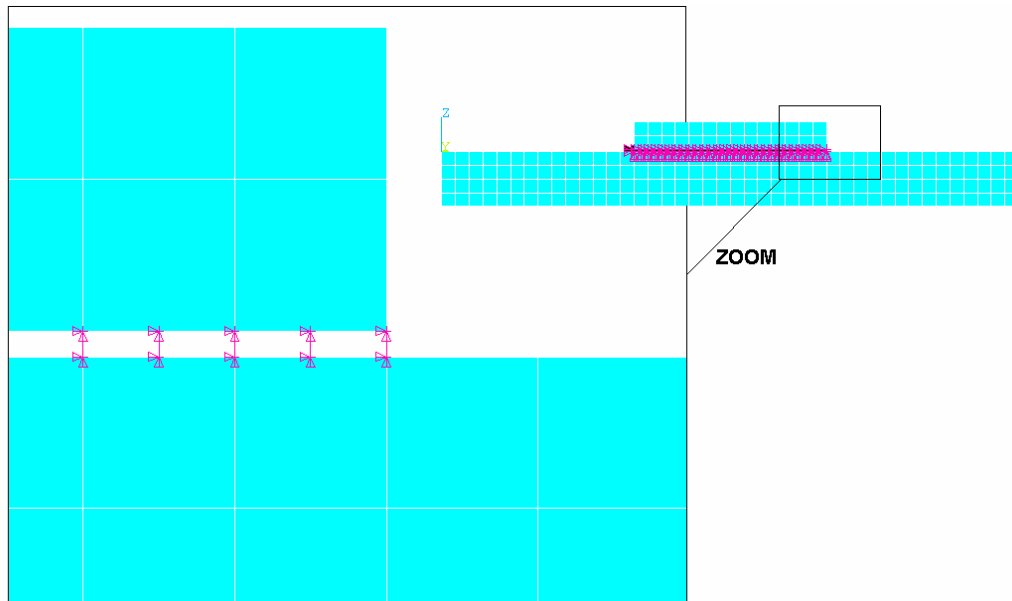


Figura 5.4: Detalhe da ligação rígida entre os nós da base e os nós da placa reforçada por vigas.

Com relação às condições de contorno da placa reforçada por vigas, a mesma é supostamente apoiada sobre 4 colunas conforme a Figura 5.5, ou seja, os nós das abas que supostamente estão apoiados sobre as colunas recebem como condição de contorno deslocamentos nulos.

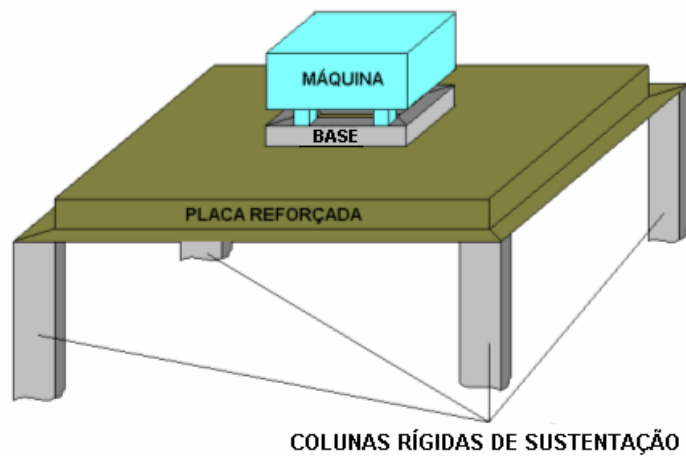


Figura 5.5: Condição de contorno da placa reforçada por vigas.

5.2 Localização da Base

A análise apresentada neste item tem como objetivo escolher a melhor localização da base sobre a placa reforçada em relação às vigas de reforço.

Três configurações básicas foram escolhidas para a análise em questão. Essas configurações foram chamadas, por conveniência, de configuração Centro, configuração Canto e configuração Frente. Essas configurações podem ser vistas na Figura 5.6.

A configuração denominada Canto caracteriza-se por possuir vigas de reforço cruzando transversalmente e longitudinalmente a base (Figura 5.6-b). Esta configuração é raramente encontrada na prática devido ao fato de as vigas de reforço não proporcionarem um suporte adequado ao peso do conjunto. Mesmo assim, está aqui sendo considerada para efeitos de comparação. Já a configuração Frente, caracteriza-se por possuir os dois lados menores da base sobre vigas de reforços e uma viga de reforço cruzando longitudinalmente (Figura 5.6-c). A configuração Centro caracteriza-se também por possuir os dois lados menores da base sobre vigas de reforços e os outros dois lados maiores próximos a outras vigas de reforço (Figura 5.6-a). As duas últimas configurações são facilmente encontradas na prática.

Obviamente que a forma usual de montagem da base sobre a placa tem a forma conforme aqui denominada de Centro, isto é, localizada sobre as vigas de reforço, devido à necessidade de suportar o peso da máquina ou do equipamento instalado. Entretanto, em muitas situações, a fixação da base não possui todos os seus lados apoiados em vigas de reforço. Um ou dois lados podem estar em contato somente com a chapa que forma o piso.

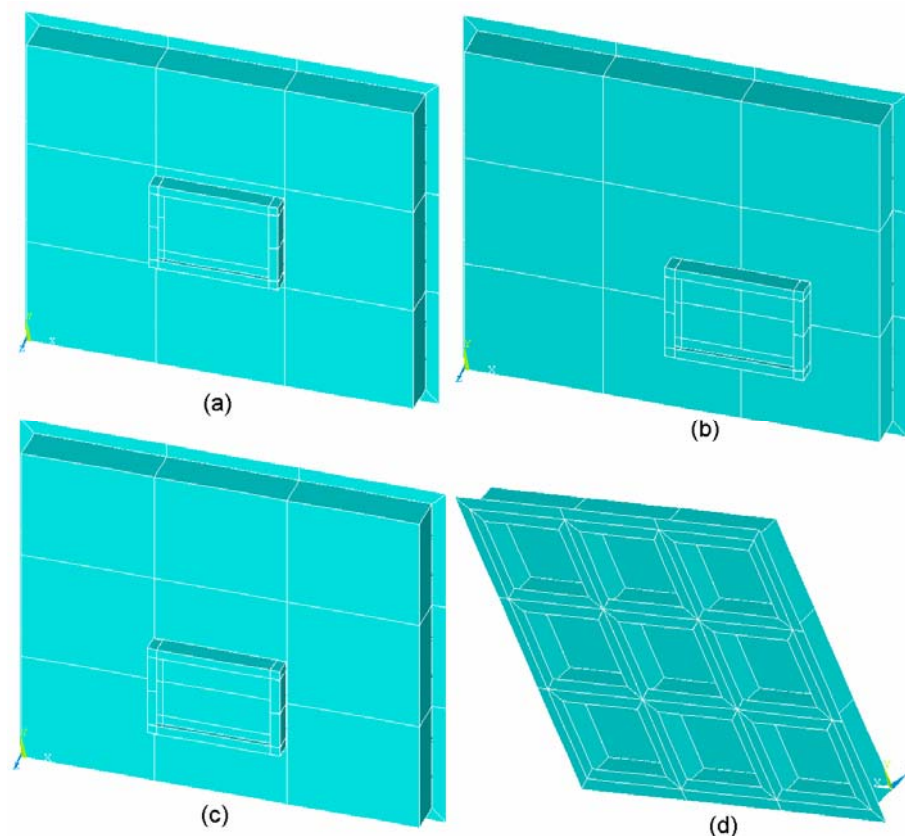


Figura 5.6: Configurações: (a) Centro, (b) Canto, (c) Frente e (d) Vista traseira da placa reforçada.

As frequências naturais da placa reforçada por vigas com a base acoplada nas 3 configurações pode ser vistas no Apêndice B.

5.3 Análise do Tipo de Carregamento Aplicado sobre a Base

A análise mostrada a seguir tem o objetivo de verificar a influência do tipo de excitação na base a qual se reflete em maior ou menor energia vibratória na placa reforçada.

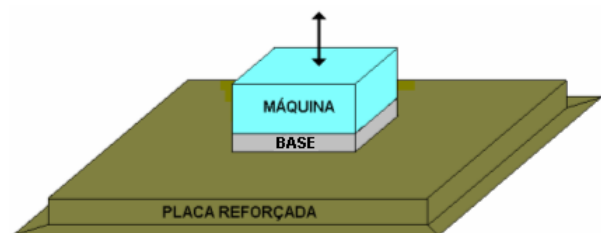
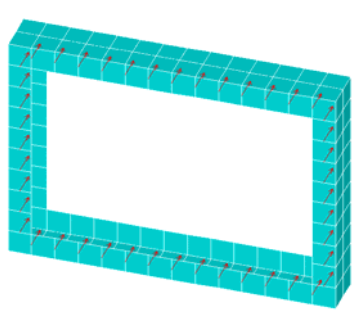
Algumas máquinas de menor porte, como bombas e motores elétricos são apoiados à base em 4 pontos somente. Outras máquinas de maior porte como conjuntos de motores Diesel (até 16 cilindros) e geradores, bem como turbo compressores e turbo geradores, possuem múltiplos apoios à base. Obviamente que os esforços transmitidos à base pelos pés das máquinas possuem amplitudes e fases relativas variadas. No caso de equipamentos de maior porte, contendo múltiplos apoios à base, os esforços transmitidos à base, possivelmente podem ser modelados como tendo fases aleatórias entre si. Entretanto, não foram encontradas referências bibliográficas sobre o assunto.

O objetivo deste item, portanto, consiste em avaliar a dispersão dos resultados considerando esforços distribuídos e concentrados com combinações de fases relativas.

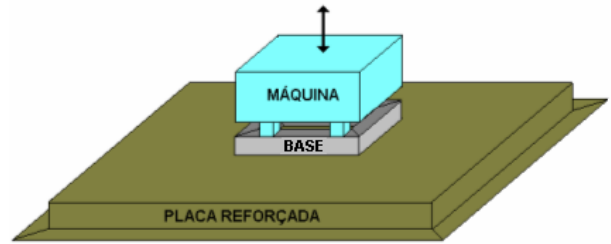
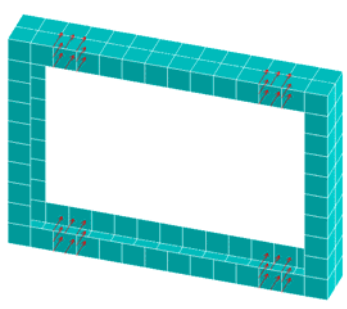
No caso de excitação distribuída, as forças aplicadas em cada elemento são iguais a soma das forças concentradas, usadas nas demais análises, a fim de evitar diferenças causadas pelas resultantes das forças aplicadas.

Foram analisadas 5 tipos de excitações sobre a base (a soma da magnitude das forças aplicadas resulta em 4 N):

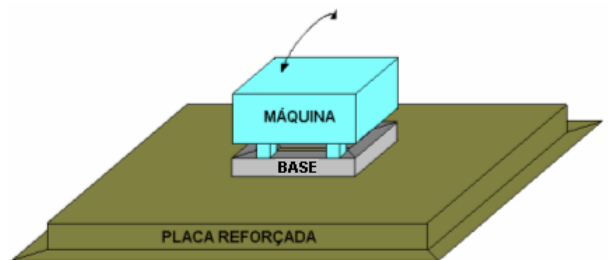
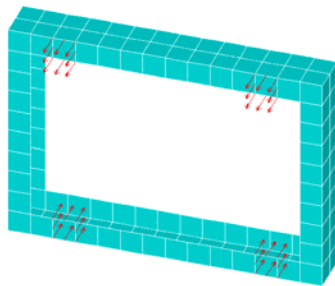
- Distribuída por toda base (Tipo 01):



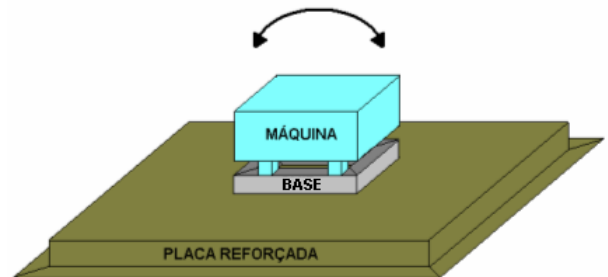
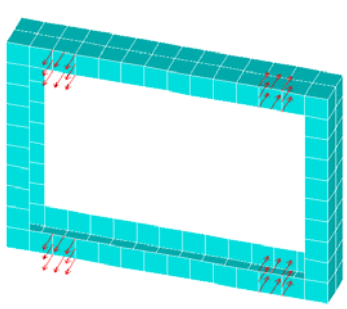
- Concentrada em 4 pontos, simulando uma máquina acoplada a base:
 - Todas com mesma fase (Tipo 02):



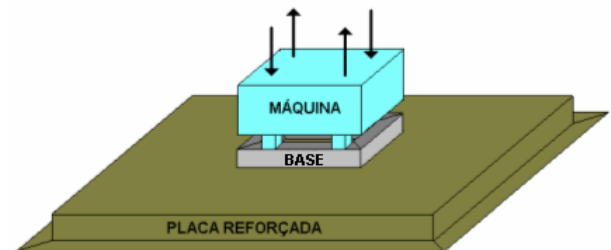
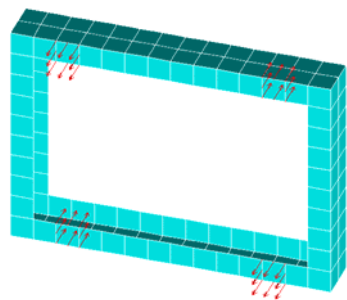
- Defasadas em 180° na direção longitudinal (Tipo 03):



- Defasadas em 180° na direção transversal (Tipo 04):



- Defasadas em 180° na direção diagonal (Tipo 05):



Foram analisadas os 5 tipos de excitações nos 3 tipos de localização da base em relação as vigas de reforços (Centro, Canto e Frente).

As forças são aplicadas na base e a média temporal e espacial da velocidade quadrada é extraída em 200 nós (de forma aleatória, mas uniformemente distribuída) da placa reforçada.

Posteriormente, a velocidade quadrática é transformada em nível de vibração [dB] conforme a Equação 5.1.

O fluxograma referente a este estudo, pode ser visto na Figura 5.7, abaixo.

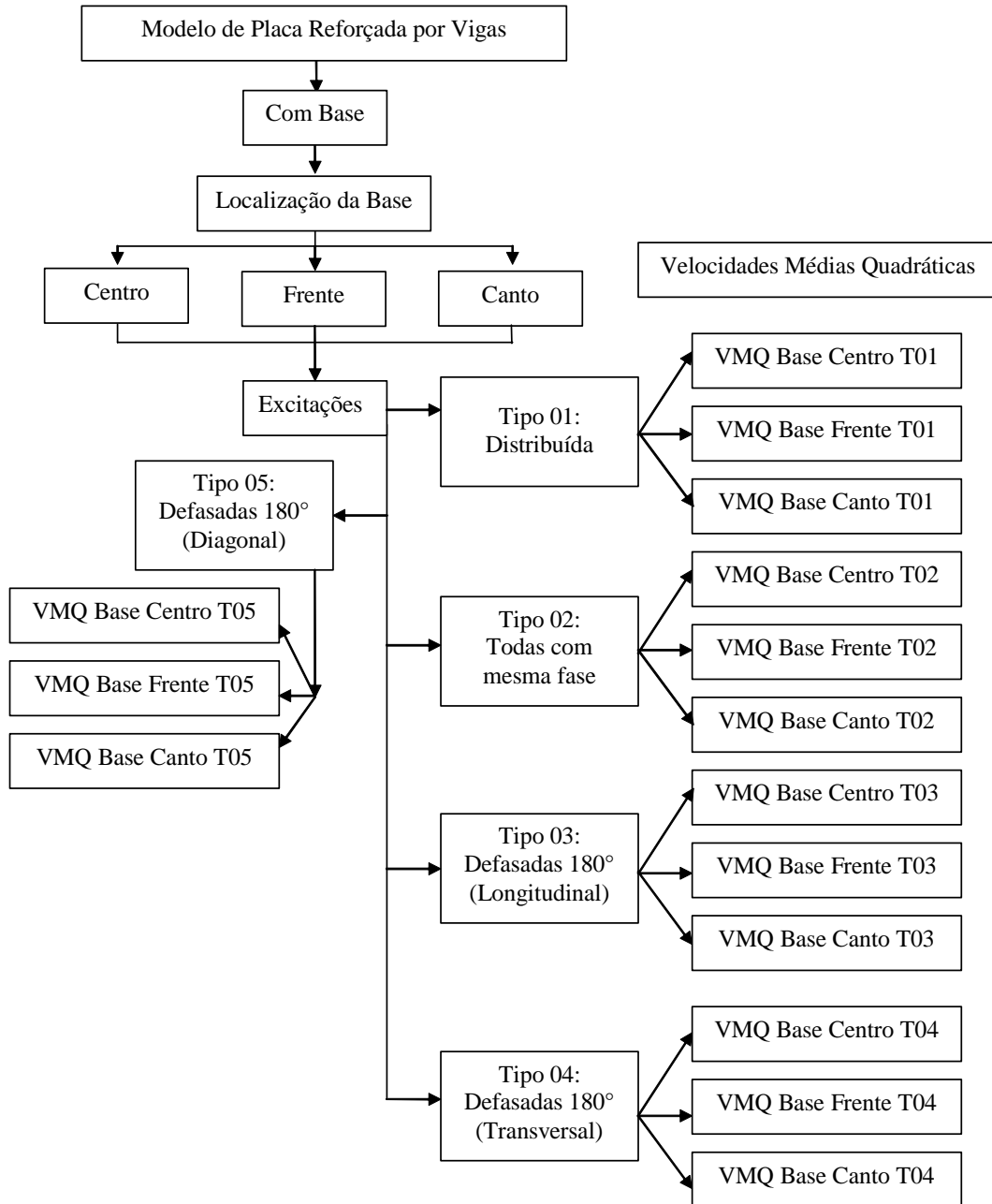


Figura 5.7: Fluxograma referente à análise do tipo de carregamento aplicada sobre a base.

Os resultados estão mostrados a seguir em forma gráfica em banda estreita e em 1/1 oitava.

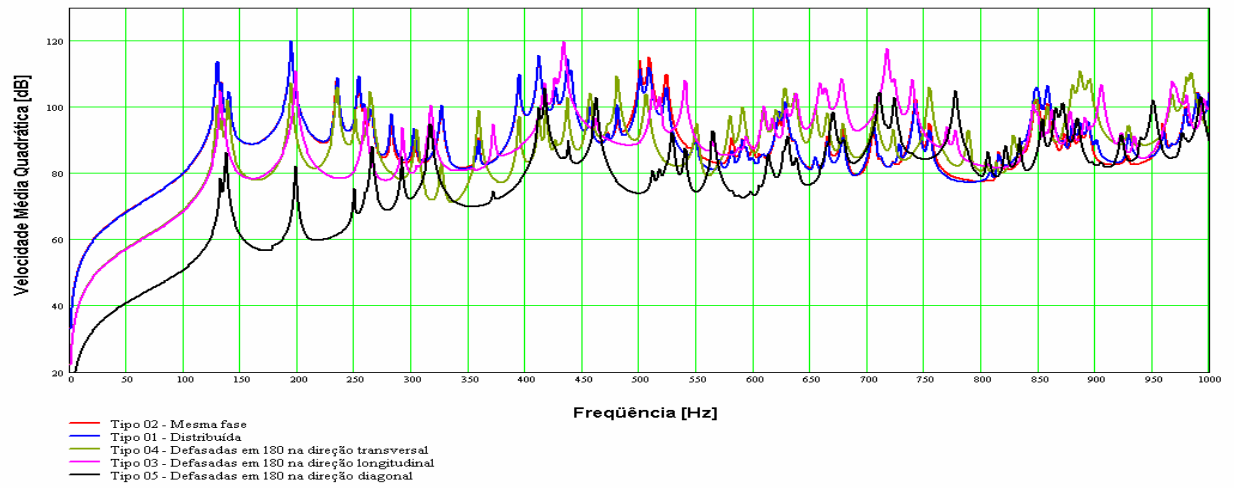


Figura 5.8: Resultado dos tipos de excitações na base localizada no Centro de 0 Hz a 1000 Hz.

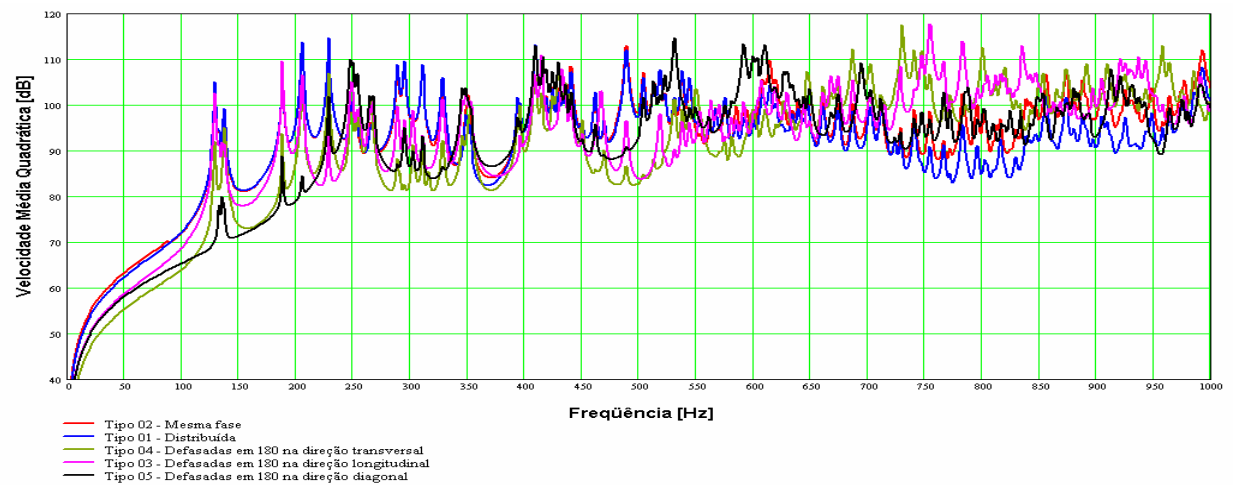


Figura 5.9: Resultado dos tipos de excitações na Base localizada no Canto de 0Hz a 1000Hz.

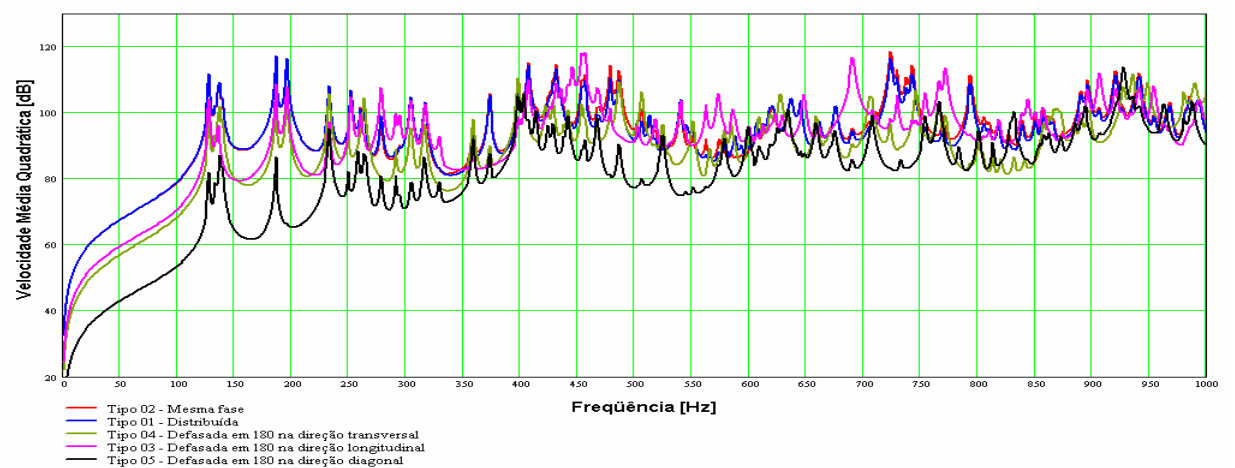


Figura 5.10: Resultado dos tipos de excitações na Base localizada no Frente de 0Hz a 1000Hz.

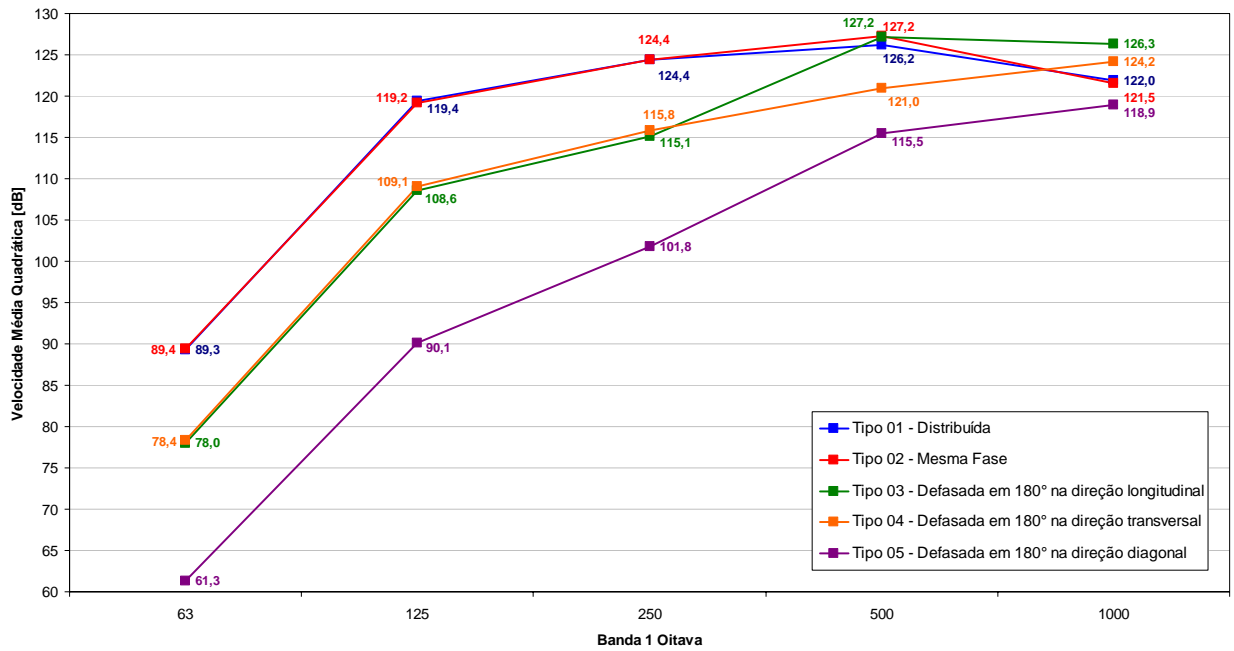


Figura 5.11: Comparação da Velocidade Média Quadrática em função do tipo de excitação – Base Centro.

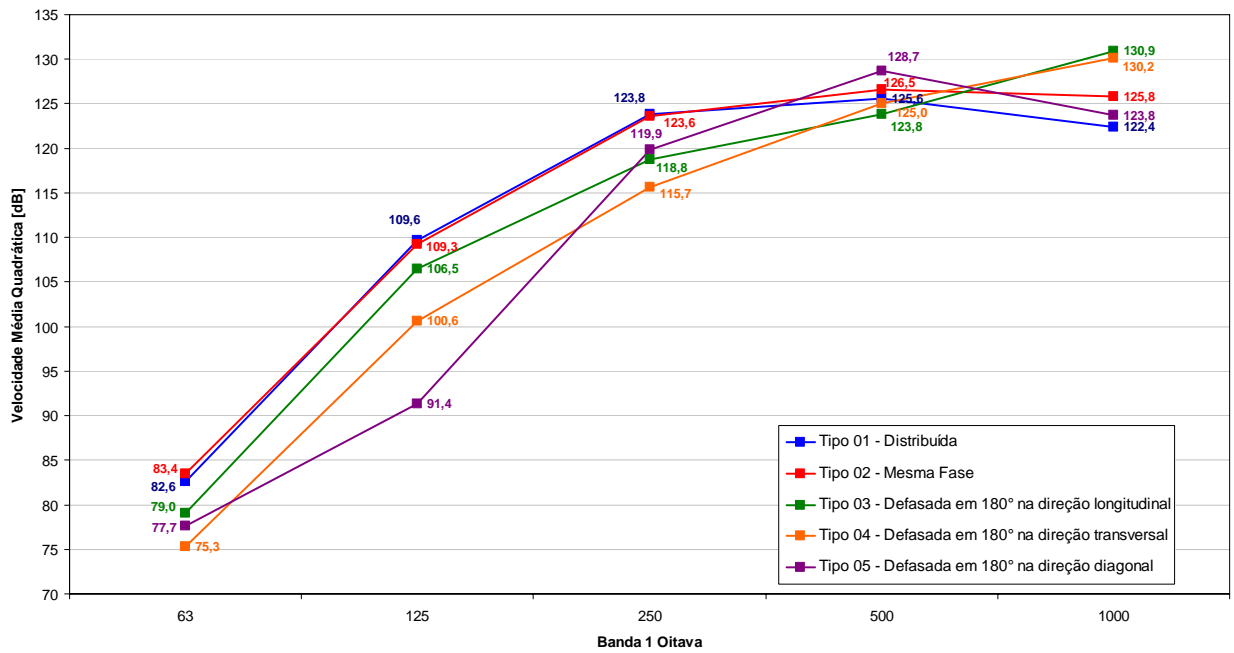


Figura 5.12: Comparação da Velocidade Média Quadrática em função do tipo de excitação – Base Canto.

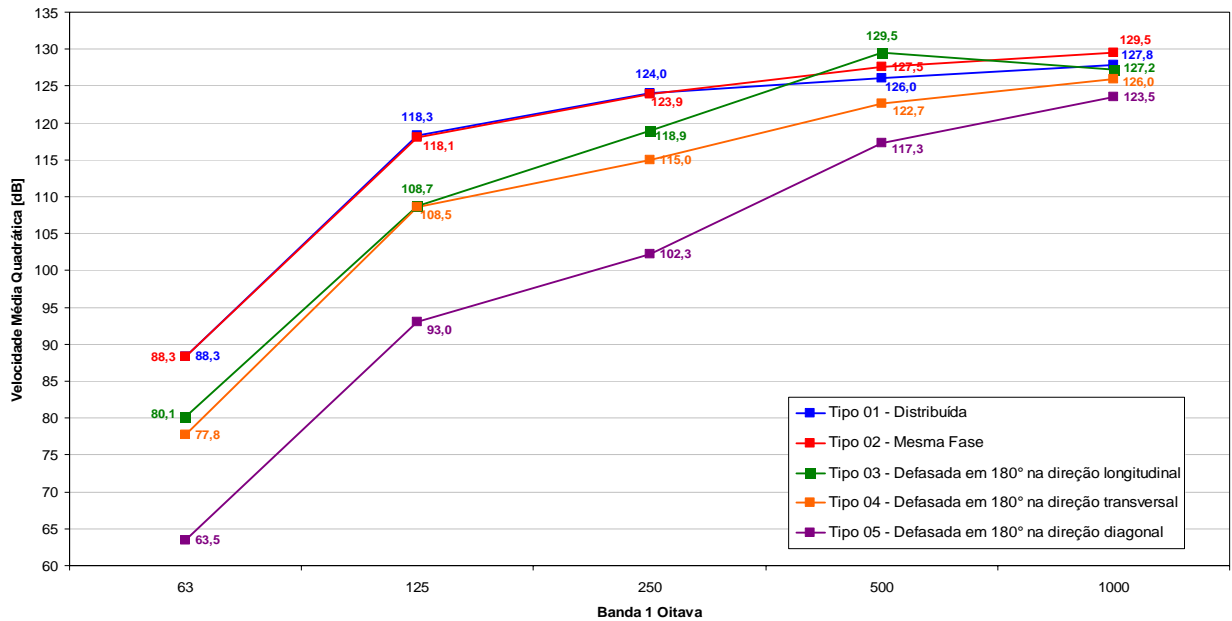


Figura 5.13: Comparação da Velocidade Média Quadrática em função do tipo de excitação – Base Frente.

As Figuras 5.8 a 5.10 indicam que nas baixas frequências a excitação distribuída e a excitação de quatro pontos em fase (tipo 1) apresentam resultados muito próximos entre si, e predominante em relação aos demais tipos de excitação. Isto se deve ao fato de nas baixas frequências as dimensões entre os pontos de excitação serem pequenas ou comparáveis ao comprimento de onda de flexão da placa. Desta forma as excitações transmitidas pela base apresentam uma boa coerência entre si, fazendo com que as excitações que apresentam defasagem entre si (tipo 5, por exemplo) transferem o menor fluxo líquido de energia vibratória à placa. Nas altas frequências, os valores das respostas aos vários tipos de excitação se aproximam, indicando que os esforços transferem energia vibratória para a placa de forma independente das fases relativas entre si, já que as distâncias são da ordem do comprimento de onda de flexão na placa. As excitações tendem a ser descorrelacionadas, tendendo a serem estaticamente independentes.

As Figuras 5.11 a 5.13 mostram os resultados apresentados em faixas de frequência de 1/1 oitava mostram mais claramente esta conclusão, especialmente para a base localizada nas posições Centro e Frente, as quais são mais representativas das aplicações práticas. Nas altas frequências, particularmente na faixa de 1000 Hz, variações máximas são da ordem de 10 dB.

As Figuras 5.14 a 5.18 mostram que as diferentes posições da base, mantendo em determinado tipo de excitação, causam variações menores nos resultados da resposta.

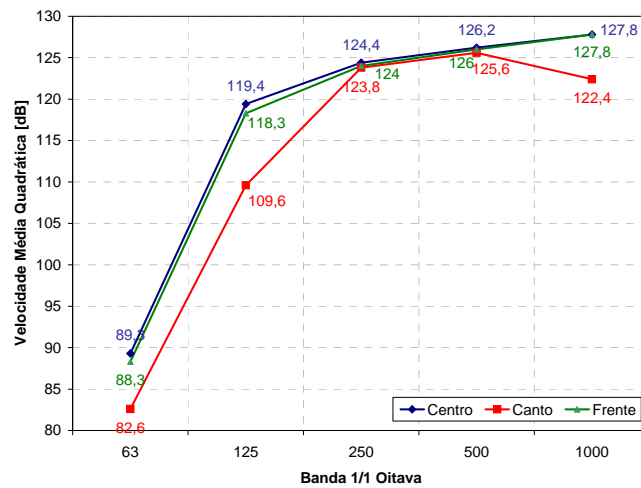


Figura 5.14: Comparação da Velocidade Média Quadrática com excitação do Tipo 01.

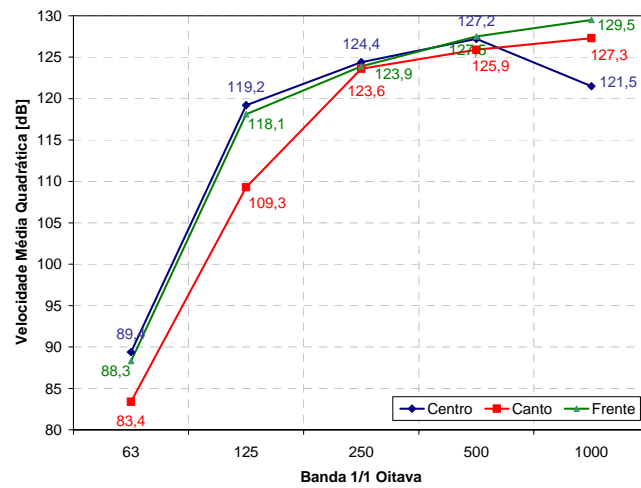


Figura 5.15: Comparação da Velocidade Média Quadrática com excitação do Tipo 02.

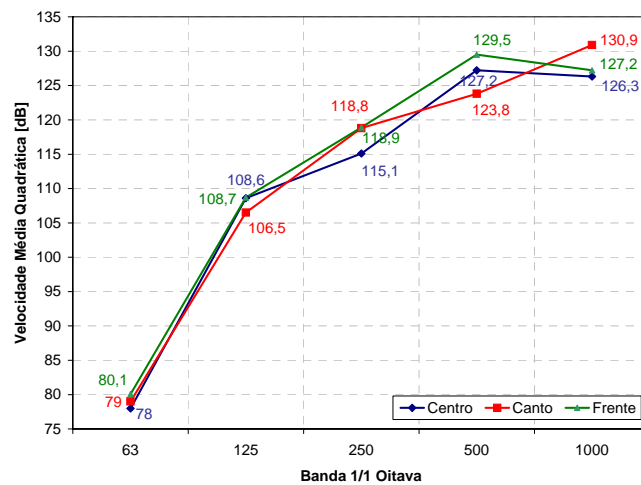


Figura 5.16: Comparação da Velocidade Média Quadrática com excitação do Tipo 03.

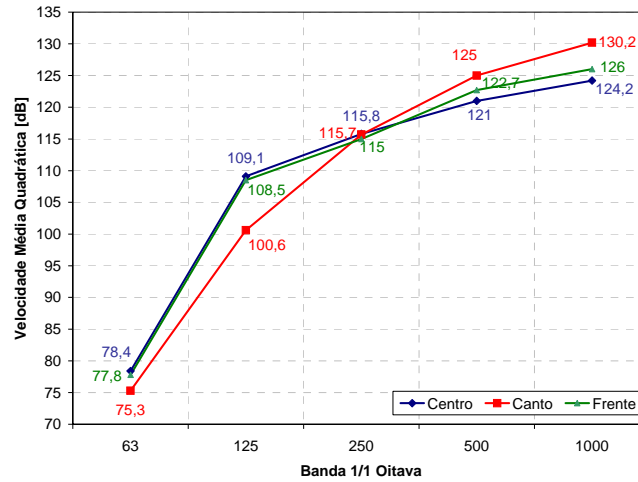


Figura 5.17: Comparação da Velocidade Média Quadrática com excitação do Tipo 04.

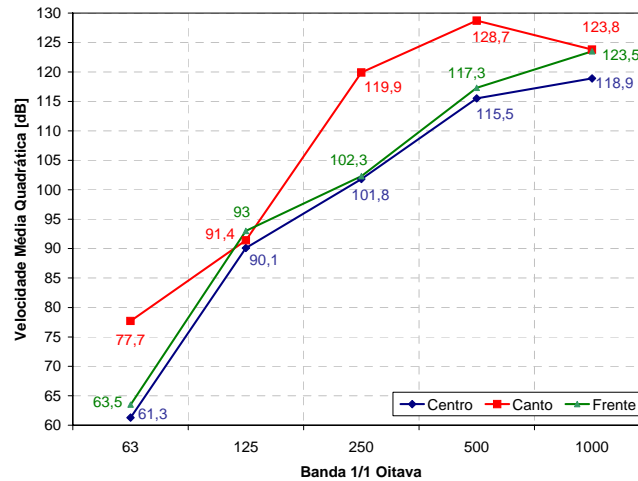


Figura 5.18: Comparação da Velocidade Média Quadrática com excitação do Tipo 05.

5.4 Análise da Eficiência da Base

A análise mostrada a seguir tem o objetivo de estudar o efeito “filtro” proporcionado pela base, ou seja, a influência da inércia e possivelmente da rigidez da base na energia vibratória que é absorvida pela placa reforçada. Para este estudo, a placa reforçada foi excitada com os mesmos tipos de forças mostradas no item anterior (Apêndice C).

As forças são aplicadas diretamente na placa, na mesma posição em que a base estaria, ou seja, nas posições: Centro, Canto e Frente. A média temporal e espacial da velocidade quadrada é extraída em 200 nós (de forma aleatória, mas uniformemente distribuída) da placa reforçada e, posteriormente, a média temporal e espacial da velocidade quadrática é transformada em nível de vibração [dB] conforme a Equação 5.1. Comparações dos níveis de vibração da placa reforçada com e sem base (espectro e banda de terço de oitava) são analisadas com a finalidade de estudar o efeito dissipador de energia da estrutura base.

Resultados com a base na posição Centro:

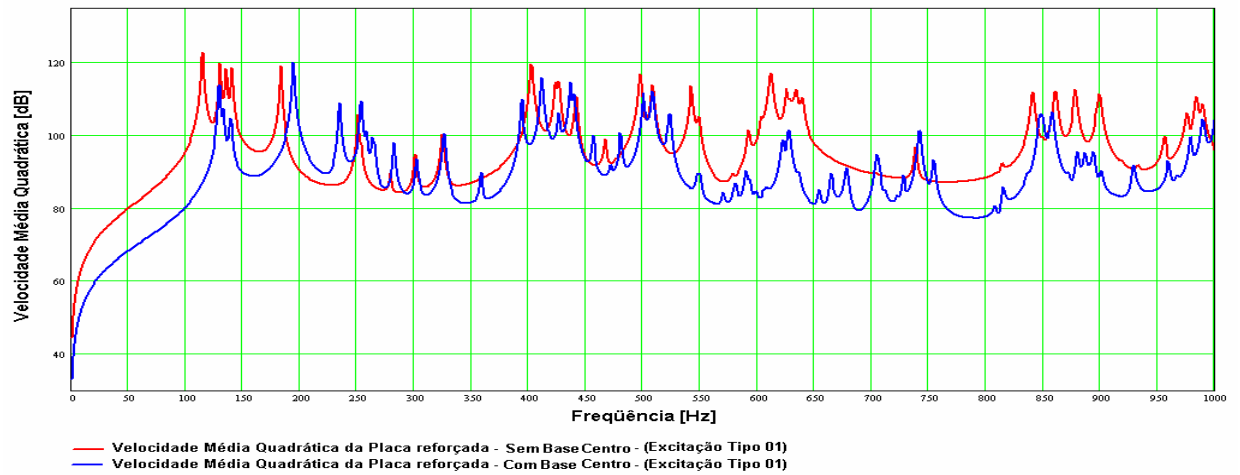


Figura 5.19: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Centro, com excitação do Tipo 01 (Banda estreita).

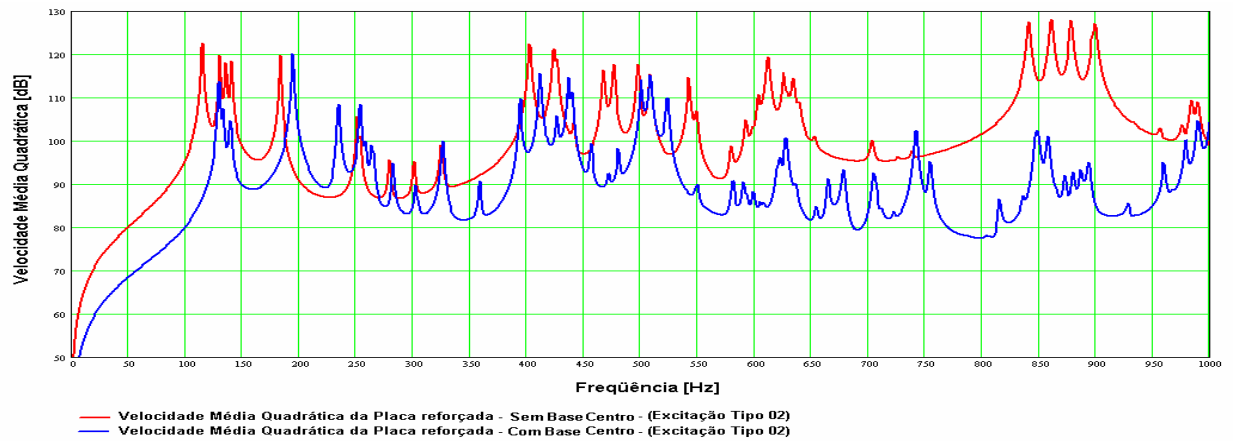


Figura 5.20: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Centro, com excitação do Tipo 02 (Banda estreita).

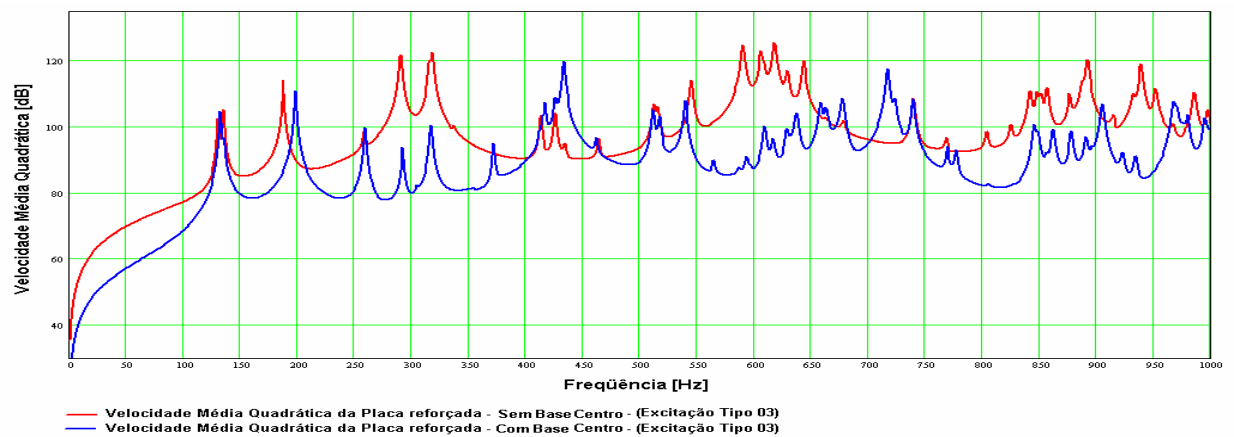


Figura 5.21: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Centro, com excitação do Tipo 03 (Banda estreita).

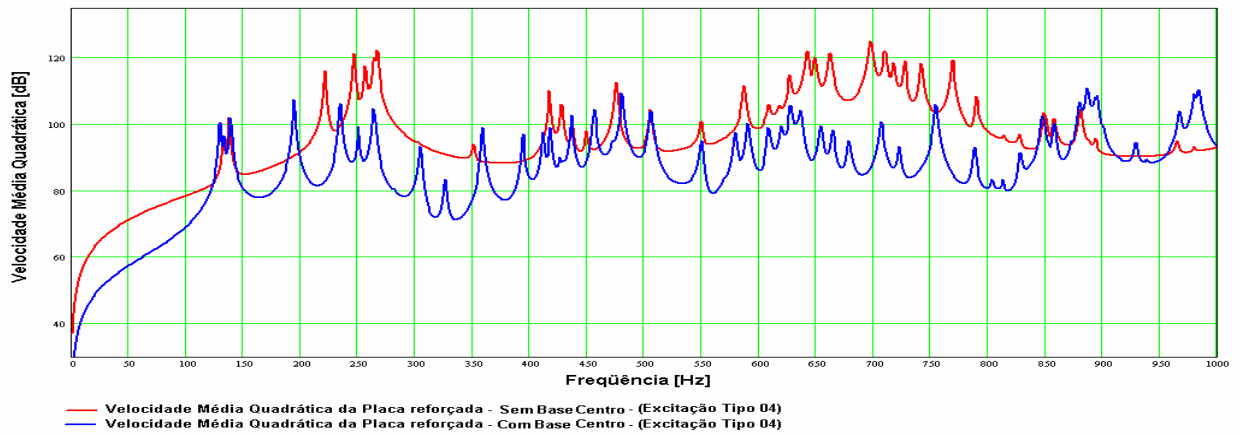


Figura 5.22: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Centro, com excitação do Tipo 04 (Banda estreita).

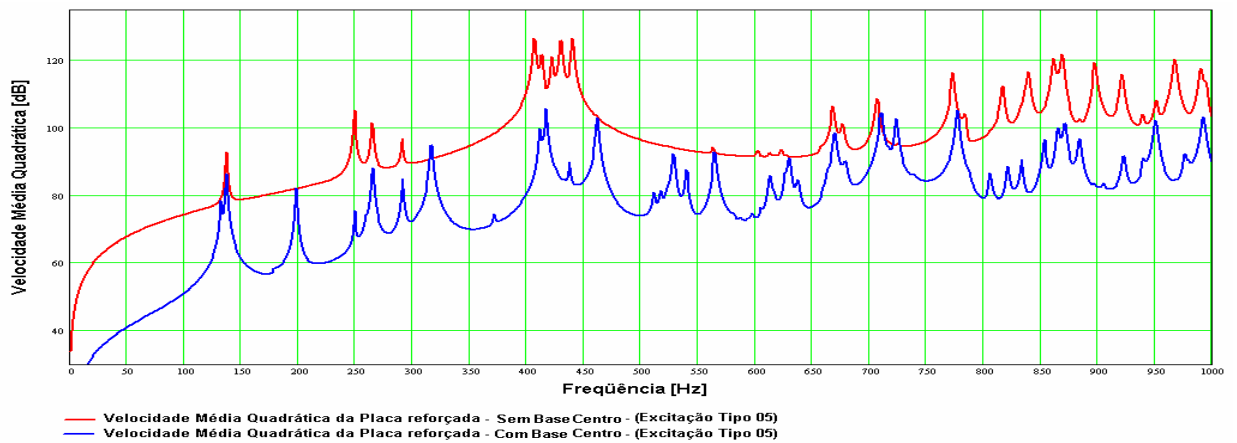


Figura 5.23: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Centro, com excitação do Tipo 05 (Banda estreita).

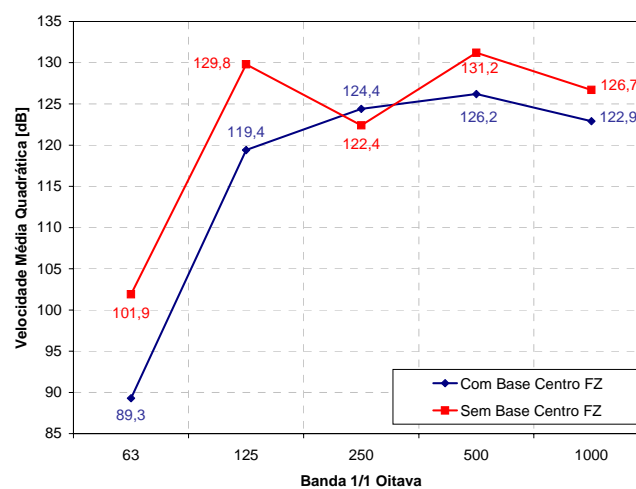


Figura 5.24: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Centro, com excitação do Tipo 01 (Banda 1 Oitava).

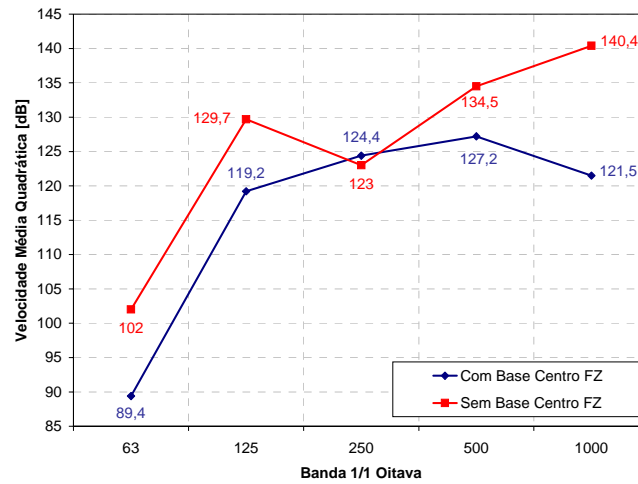


Figura 5.25: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Centro, com excitação do Tipo 02 (Banda 1 Oitava).

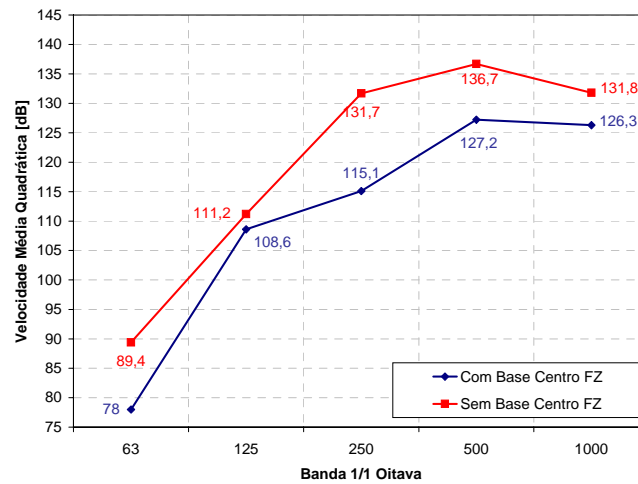


Figura 5.26: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Centro, com excitação do Tipo 03 (Banda 1 Oitava).

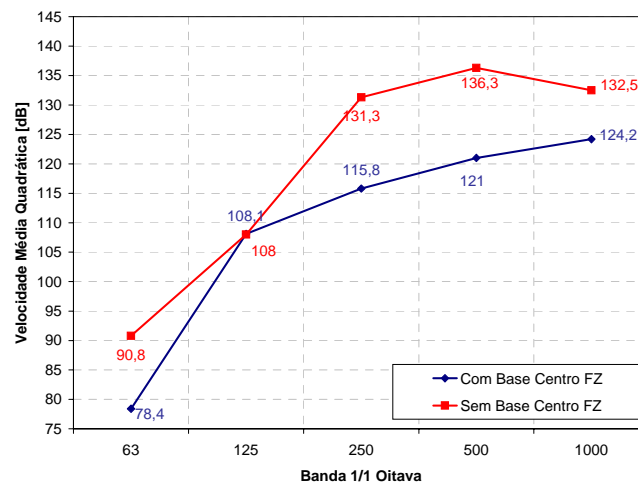


Figura 5.27: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Centro, com excitação do Tipo 04 (Banda 1 Oitava).

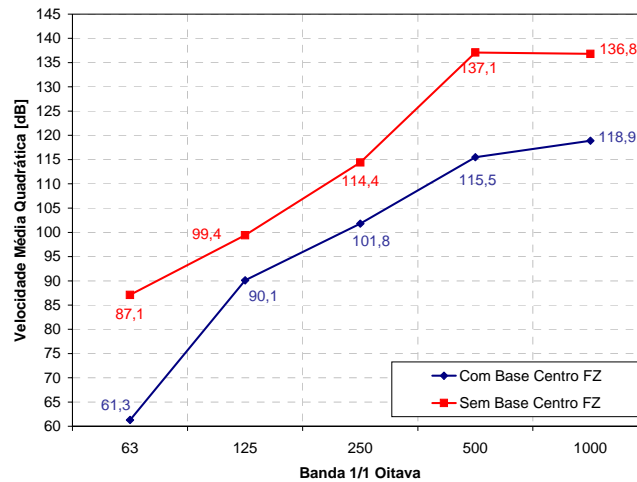


Figura 5.28: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Centro, com excitação do Tipo 05 (Banda 1 Oitava).

Esta sequência de Figuras 5.19 a 5.28 mostra as diferenças entre os espectros, em banda estreita e em 1/1 oitava, da resposta da placa reforçada, na forma de velocidade quadrada média temporal e espacial, quando excitada conforme os tipos 1 a 5, diretamente na placa e através da base.

Estes resultados referem-se à base na posição Centro. São observadas reduções significativas, da ordem de 10 dB, quando a base é considerada. Na faixa de 250 Hz a base introduz alguns modos inexistentes na placa sem a base. Na verdade, esta observação pode também ser feita em outras regiões, mas este é apontado como o motivo dos valores próximos da resposta da placa com e sem a base à faixa de 250 Hz, para as excitações tipo 1 e 2. De uma forma geral, as atenuações proporcionadas pela base variam de 0 a 20 dB, com valor médio de 10 dB.

As Figuras de 5.29 a 5.38 mostram os resultados para a base posicionada no Canto. Conforme já mencionado, está é uma aplicação não comumente encontrada na prática, uma vez que a base necessita de um apoio adequado sobre as vigas de reforço. Por este motivo, as diferenças entre os resultados obtidos com e sem a base foram as maiores encontradas. Neste caso, a base exerce atenuações muito grandes.

As Figuras 5.39 a 5.48 mostram os resultados referentes à posição Frente. Diferenças significativas também foram encontradas, com valores intermediários de atenuação. Deve-se mencionar, entretanto, que a situação definida como Centro é a que proporciona resultados mais significativos das aplicações práticas.

Resultados com a base na posição Canto:

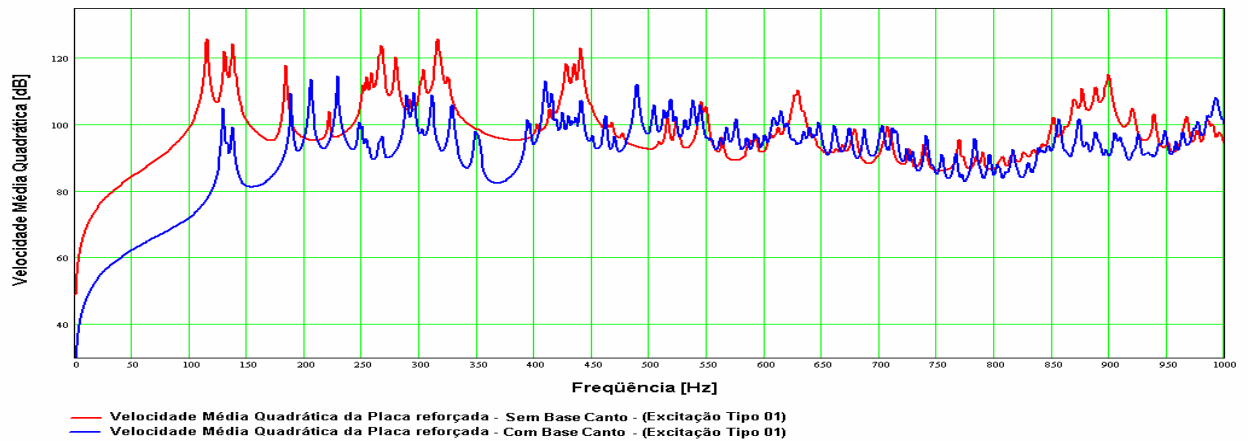


Figura 5.29: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Canto, com excitação do Tipo 01 (Banda estreita).

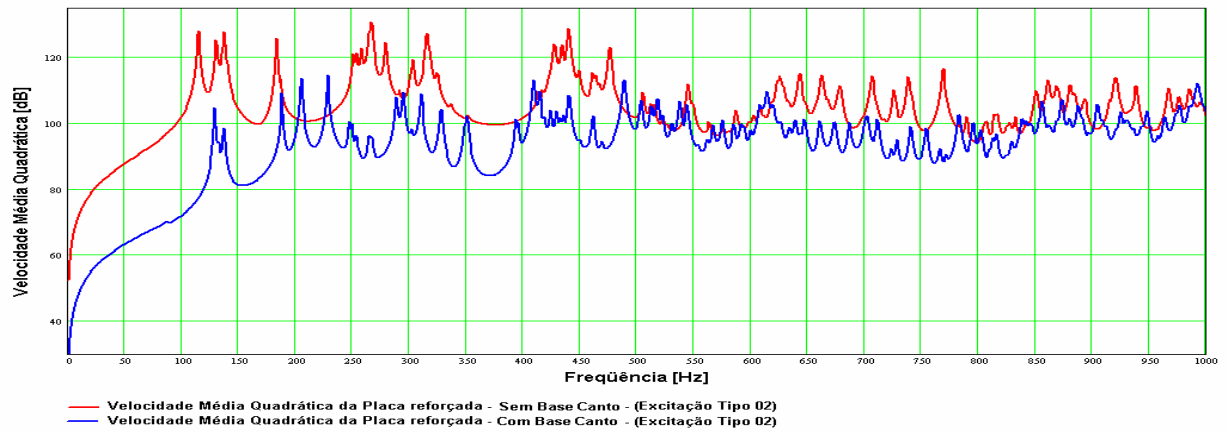


Figura 5.30: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Canto, com excitação do Tipo 02 (Banda estreita).

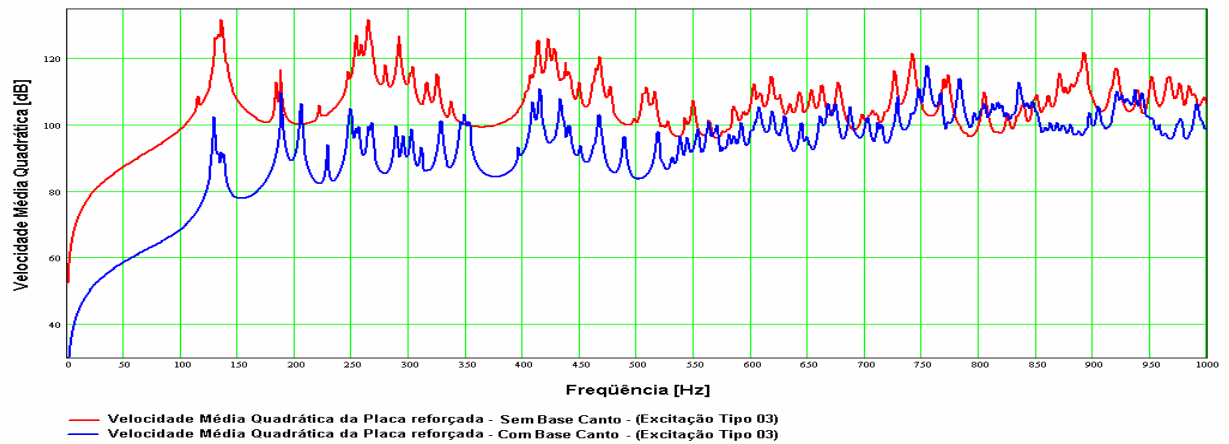


Figura 5.31: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Canto, com excitação do Tipo 03 (Banda estreita).

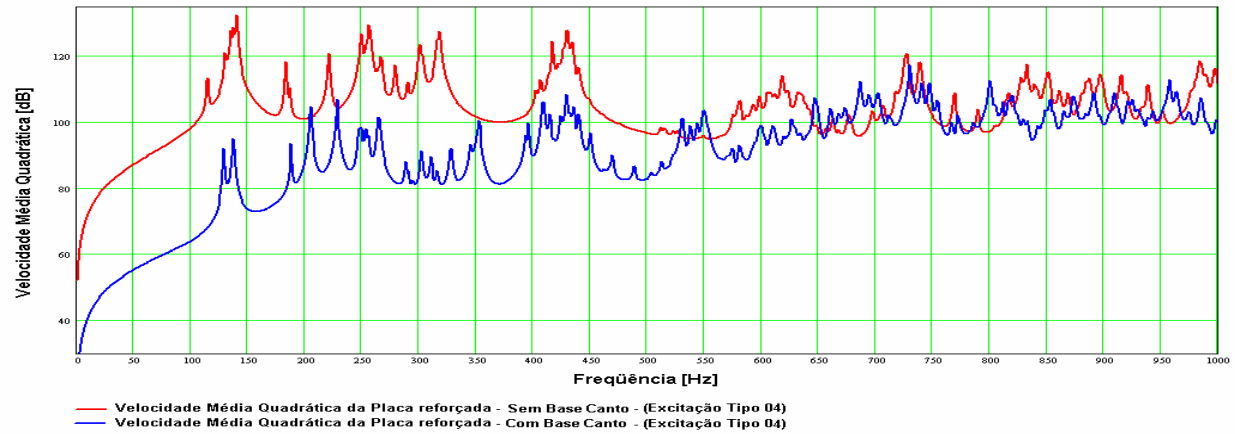


Figura 5.32: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Canto, com excitação do Tipo 04 (Banda estreita).

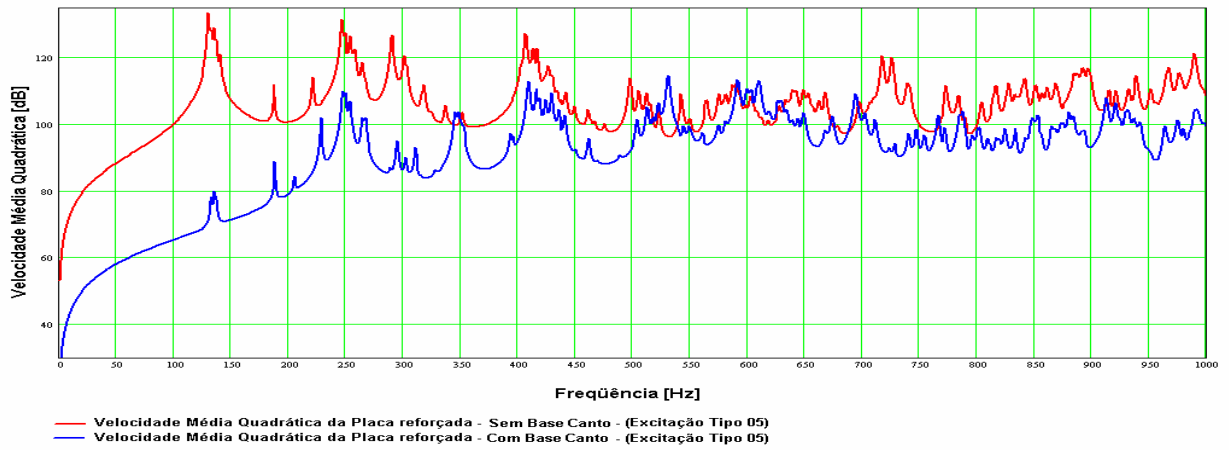


Figura 5.33: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Canto, com excitação do Tipo 05 (Banda estreita).

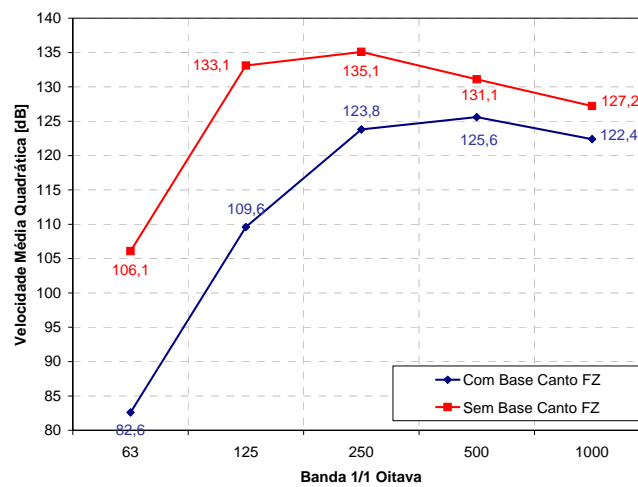


Figura 5.34: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Canto, com excitação do Tipo 01 (Banda 1 Oitava).

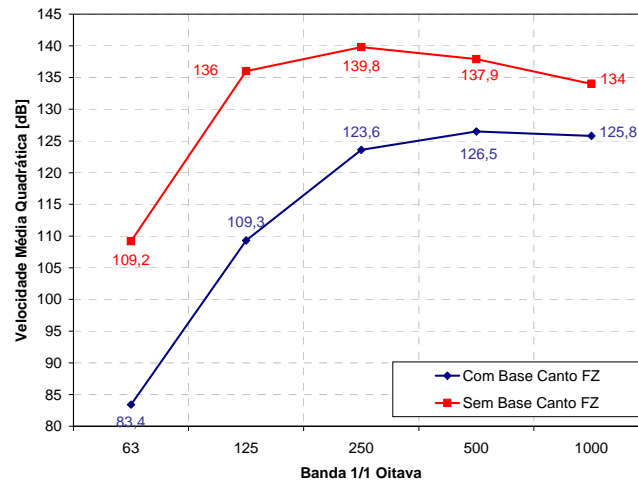


Figura 5.35: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Canto, com excitação do Tipo 02 (Banda 1 Oitava).

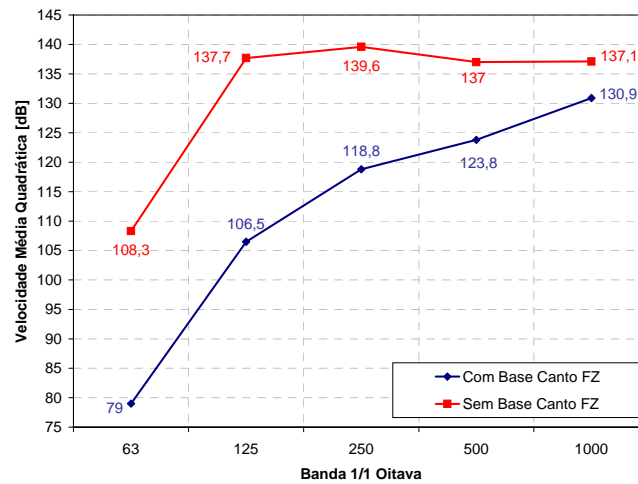


Figura 5.36: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Canto, com excitação do Tipo 03 (Banda 1 Oitava).

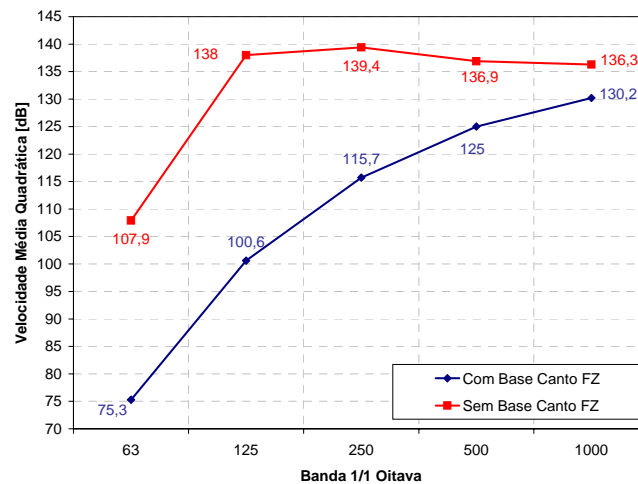


Figura 5.37: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Canto, com excitação do Tipo 04 (Banda 1 Oitava).

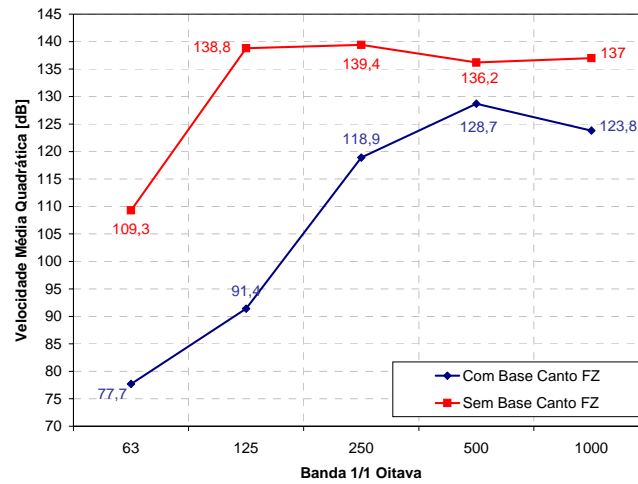


Figura 5.38: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Canto, com excitação do Tipo 05 (Banda 1 Oitava).

Resultados com a base na posição Frente:

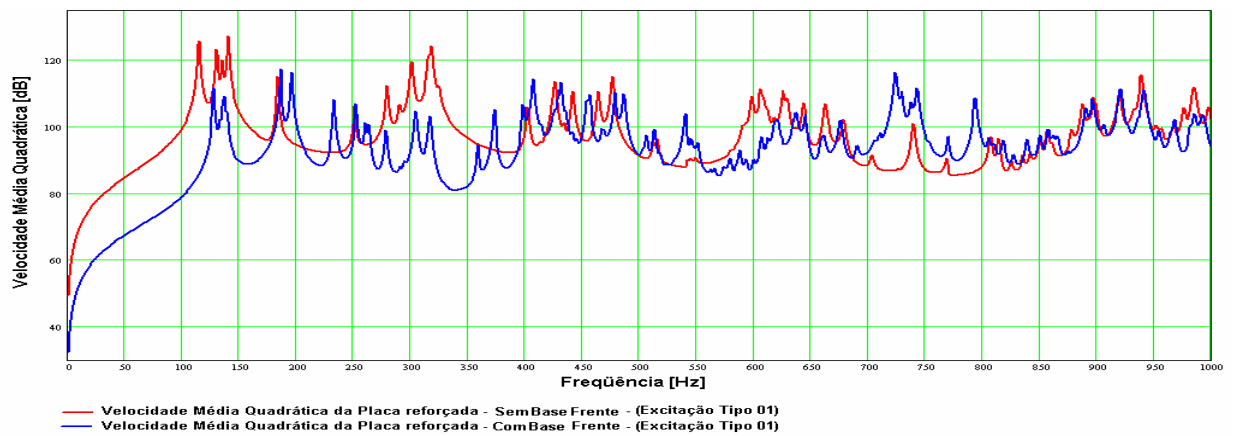


Figura 5.39: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Frente, com excitação do Tipo 01 (Banda estreita).

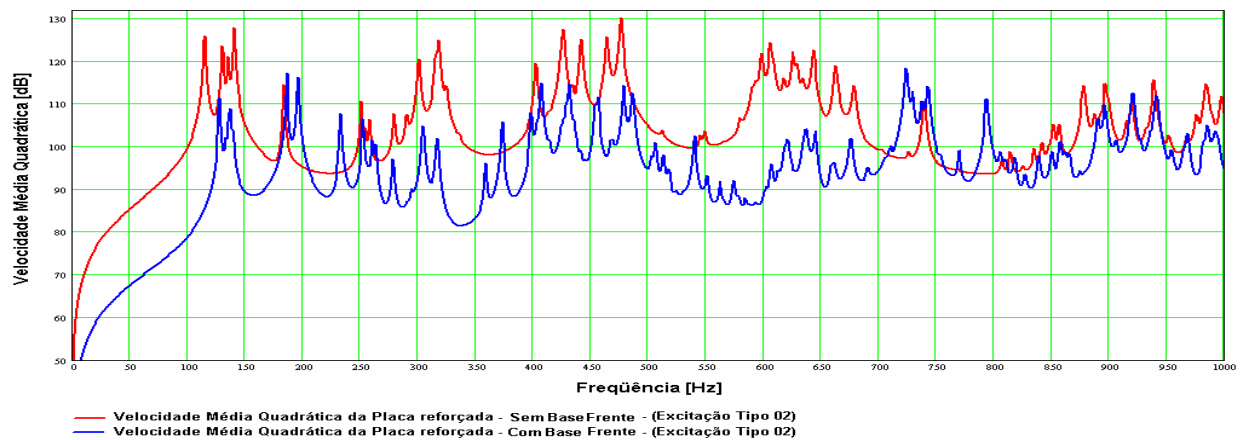


Figura 5.40: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem base, na localização Frente, com excitação do Tipo 02 (Banda estreita).

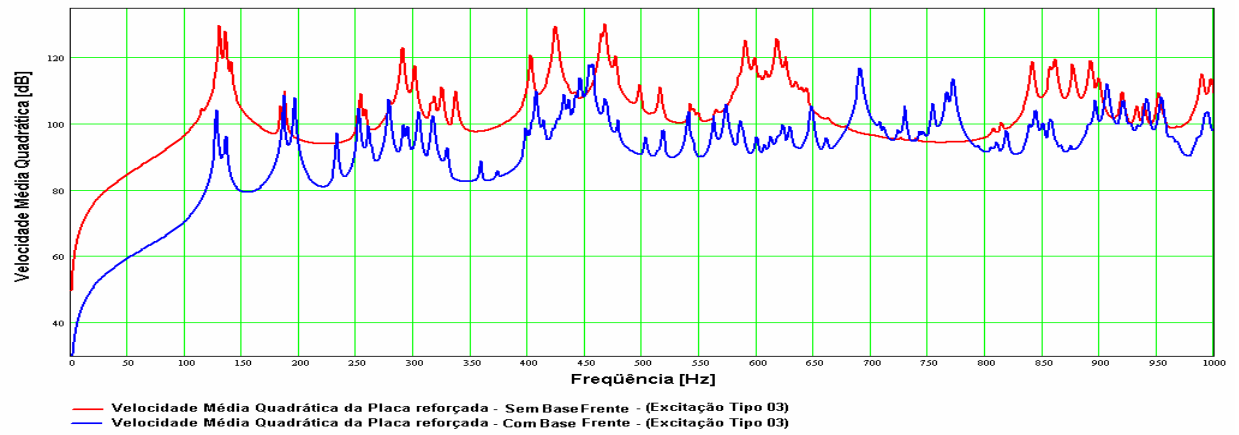


Figura 5.41: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Frente, com excitação do Tipo 03 (Banda estreita).

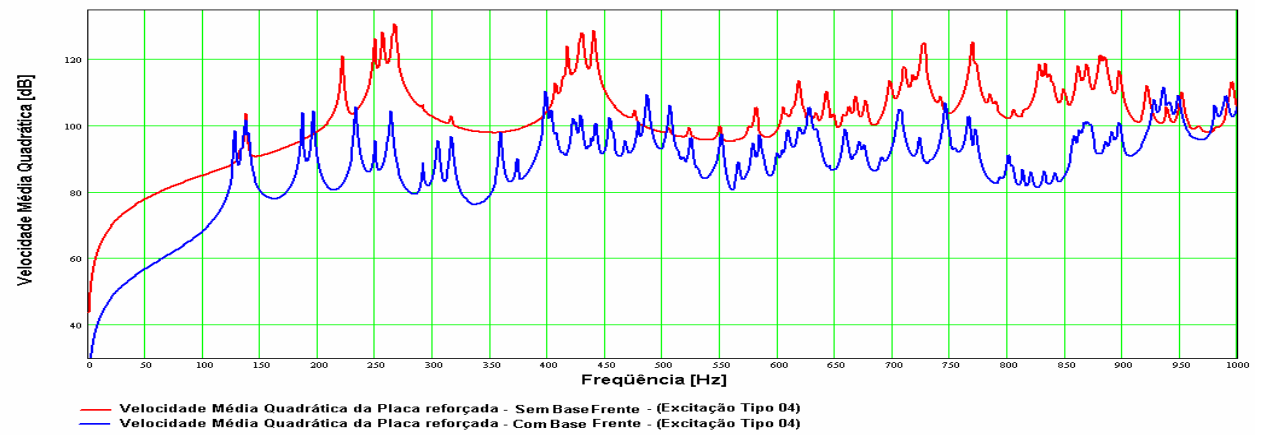


Figura 5.42: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Frente, com excitação do Tipo 04 (Banda estreita).

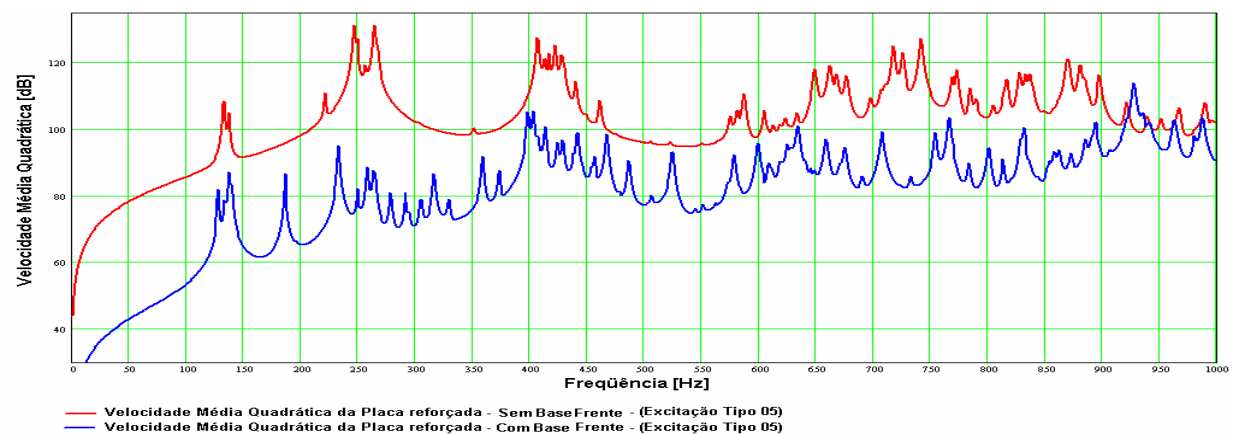


Figura 5.43: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Frente, com excitação do Tipo 05 (Banda estreita).

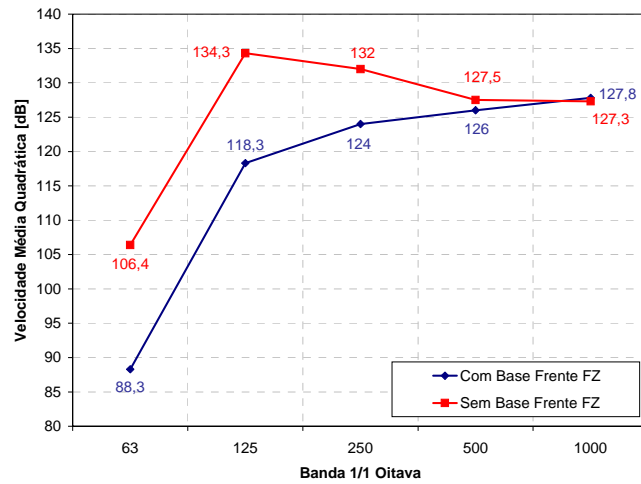


Figura 5.44: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Frente, com excitação do Tipo 01 (Banda 1 Oitava).

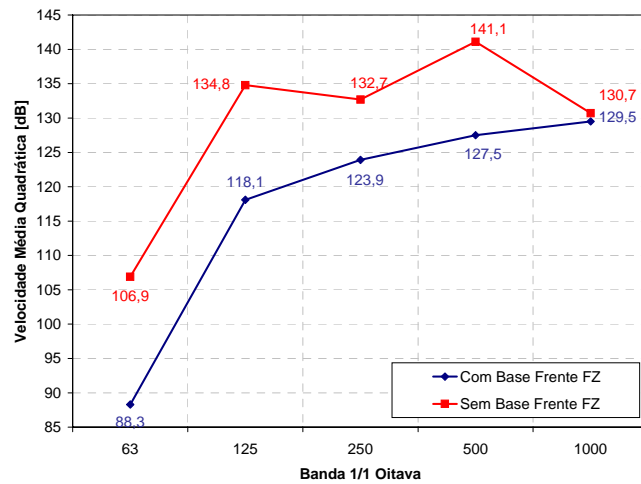


Figura 5.45: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Frente, com excitação do Tipo 02 (Banda 1 Oitava).

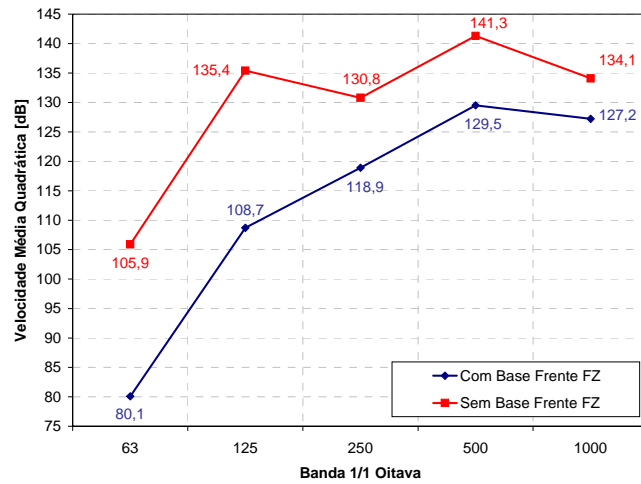


Figura 5.46: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Frente, com excitação do Tipo 03 (Banda 1 Oitava).

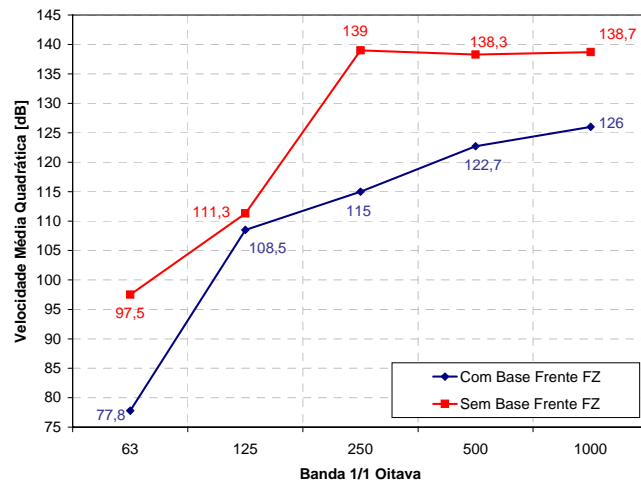


Figura 5.47: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Frente, com excitação do Tipo 04 (Banda 1 Oitava).

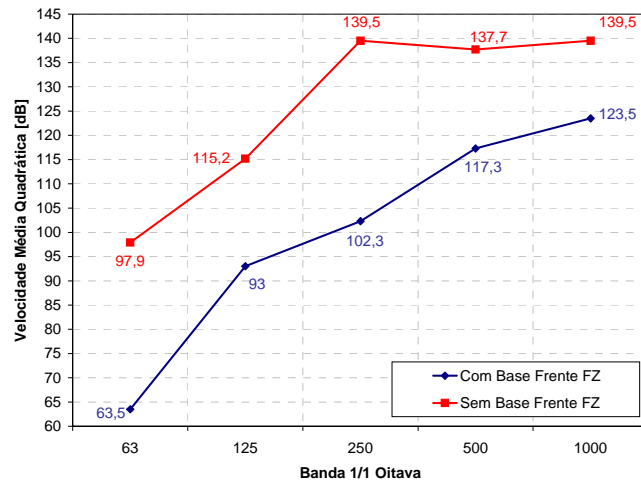


Figura 5.48: Comparação da Velocidade Média Quadrática da placa reforçada, com e sem a base, na localização Frente, com excitação do Tipo 05 (Banda 1 Oitava).

5.5 Análise do Fluxo de Potência

Esta análise visa estudar o fluxo de potência vibratória da base para a placa reforçada através de todos os esforços presentes (forças e momentos em todas as direções). Para esta análise, escolheu-se a excitação do Tipo 02 (Item 5.3) e as três localizações da base em relação às vigas de reforços.

Como já mostrado no Capítulo 2, o fluxo de potência é dado pela parte real do produto da força pela velocidade ou pelo o produto do momento pela velocidade angular (Equação 2.46 e 2.47).

No caso do modelo de elementos finitos, a força e o momento são obtidos nos elementos e as velocidades e as rotações são obtidas nos nós, estes pertencentes ao mesmo elemento do qual se extrai a força e o momento. Todos os nós e elementos da aba inferior que faz contato com a placa reforçada são utilizados para este cálculo. Com isso pode-se calcular a potência transferida da base para a placa em toda a faixa de frequência de estudo. O objetivo deste estudo é identificar qual esforço contribui mais no fluxo de energia da base (nas três localizações) para a placa reforçada.

A Figura 5.49, a seguir mostram os resultados, potência transferida por cada tipo de esforço para a placa reforçada.

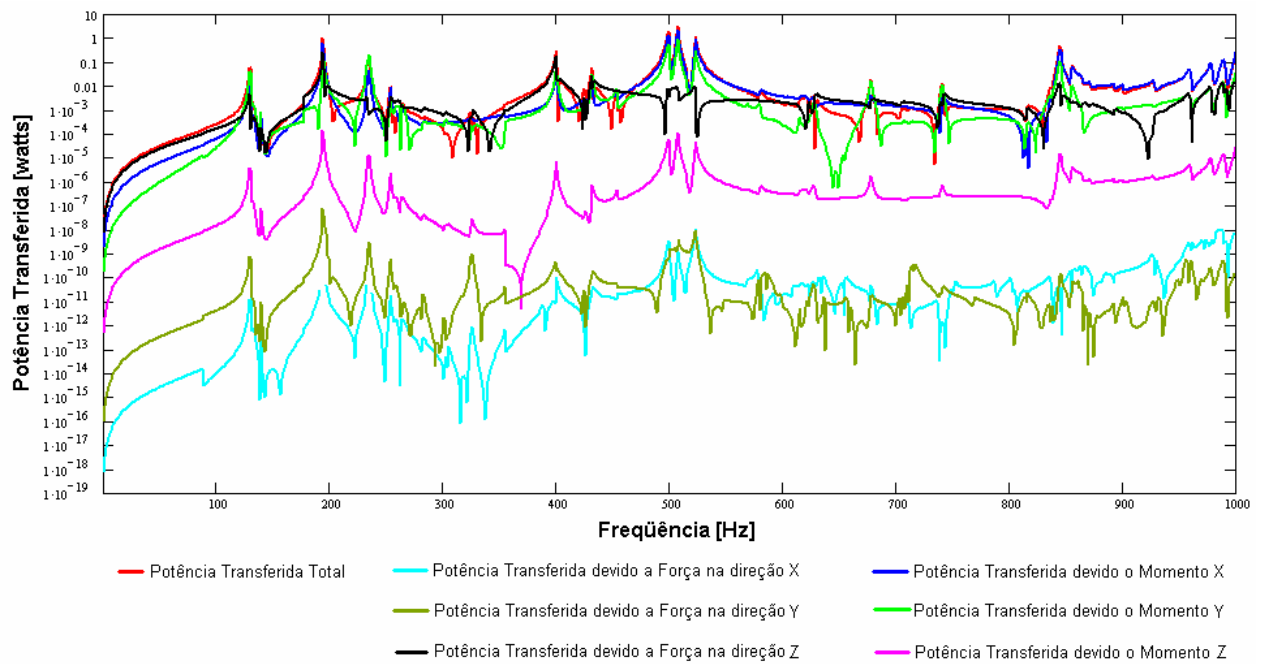
Resultados com a Base na localização Centro:

Figura 5.49: Fluxo de Potência Transferida (intervalo: 0 – 1000Hz) da base na localização Centro para a placa plana reforçada por vigas devido à excitação (Tipo 02) sobre a base.

Pode-se observar que esforços paralelos ao plano da placa (em x e y) produzem os menores valores de potência transferida pela base, conforme esperado, uma vez que os esforços aplicados à base são transversais à placa.

Os esforços tipo momentos fletores em x e y, decorrentes dos esforços transversais (em z) transferem quantidades igualmente importantes, comparadas às da força transversal.

5.6 Análise da Variação Dimensional da Base

Essa análise visa estudar o efeito da variação das dimensões da estrutura denominada Base na energia vibratória da placa reforçada. A base possui como dimensões (configuração original): 100 mm de alma, 50 mm de abas e 10 mm de espessura (Figura 3.2).

Na variação da espessura, é estudada uma espessura igual à metade da configuração original, ou seja 5 mm e outra ao dobro da espessura da configuração original, ou seja, 20 mm. Para esta análise foi escolhida somente a localização Centro para a base e como excitação foi escolhida a do tipo 2 (Item 5.3).

As Figuras 5.51 e 5.53 mostram os espectros em banda estreita e em faixas de 1/1 de oitava, respectivamente, dos resultados de resposta de placa na forma de velocidade quadrada média temporal e espacial. Obtêm-se reduções da ordem de 2 a 6 dB ao ser adotada a espessura da viga, são aumentados os efeitos de inércia (aumento de massa) e de rigidez que a

base exerce sobre os esforços transmitidos, e que estes efeitos dependem da impedância da placa onde a base é montada.

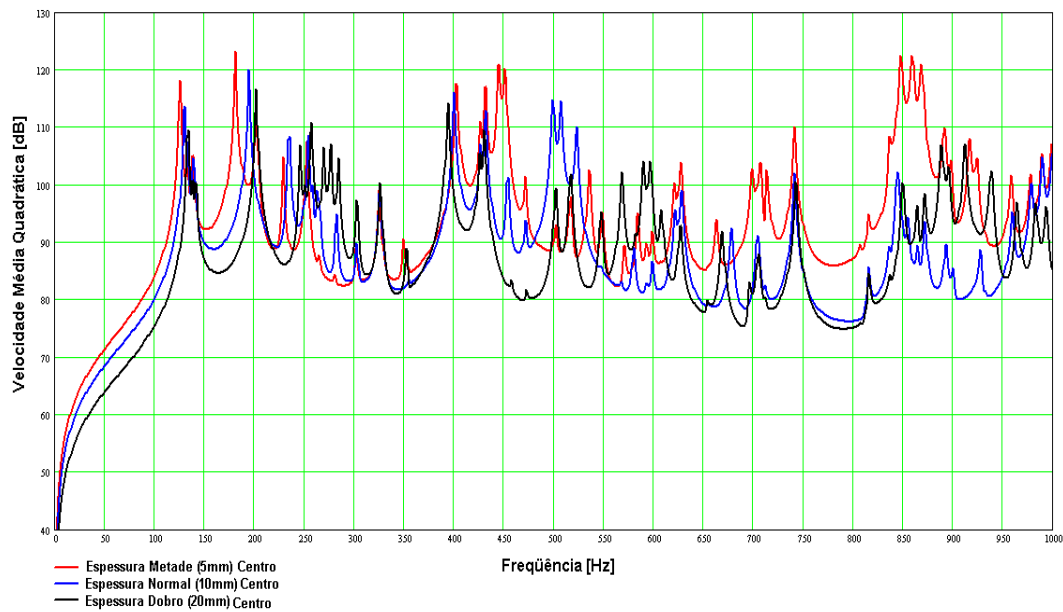


Figura 5.50: Resultados referentes a variação dimensional da espessura da base na localização Centro de 0 Hz a 1000 Hz.

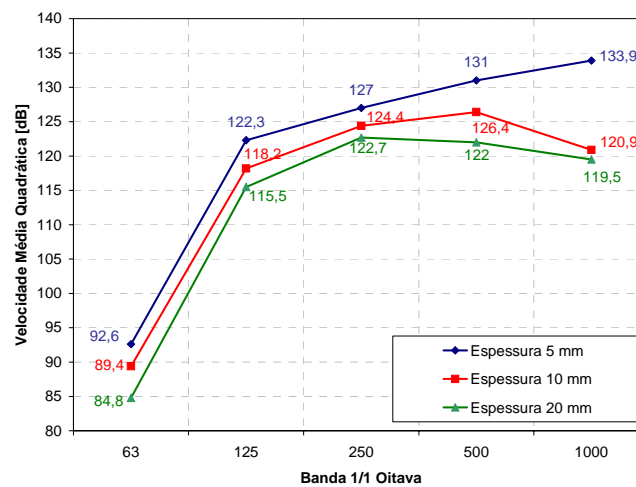


Figura 5.51: Resultados referentes à variação dimensional da espessura da base na localização Centro em 1 Oitava.

O aumento da espessura das abas e da alma da base faz com que a resposta da placa reforçada seja atenuada, independente da localização da base e da faixa de freqüência.

O Apêndice D mostra comparações das respostas (velocidades médias quadráticas) entre as bases, sendo as espessuras da alma e das abas de 5 mm, 10 mm e 20 mm ficadas e sendo analisadas a melhor localização da base em função da espessura e da faixa de freqüência.

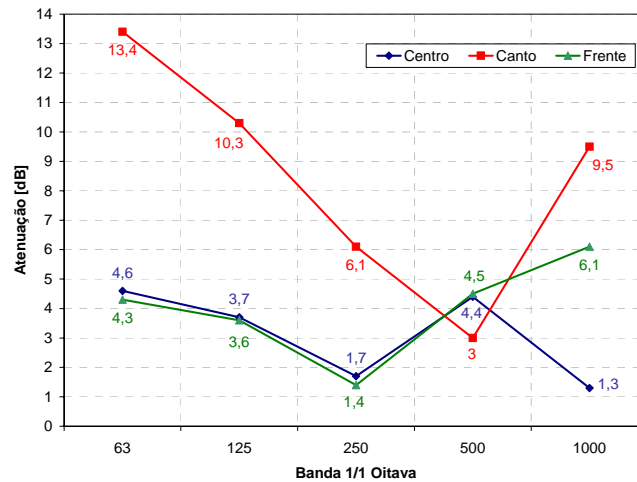


Figura 5.52: Atenuações provocadas pelo aumento em 10 mm na espessura das abas e da alma da base.

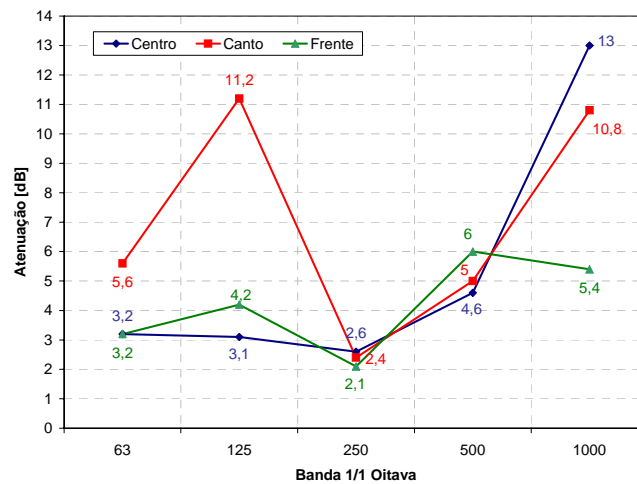


Figura 5.53: Atenuações provocadas pelo aumento em 5 mm na espessura das abas e da alma da base.

Observa-se que a maior atenuação na resposta em função do aumento da espessura de 10 mm para 20 mm encontra-se nas faixas de frequências de 63 Hz, 125 Hz e 1000 Hz da base localizada no canto, ou seja, a resposta da placa reforçada é bastante influenciada com o aumento da espessura da base Canto. Já as atenuações provocadas pelas bases Centro e Frente possuem valores semelhantes em todas as faixas de frequências com exceção da faixa de 1000 Hz na qual a base localizada na Frente possui atenuação bem superior que a base localizada no centro.

Quando reduz a espessura das abas e da alma em 5 mm, a resposta da placa reforçada é amplificada. Novamente a base localizada no canto é mais sensível à variação deste parâmetro geométrico.

Capítulo 6

Conclusão

A análise de transmissão de energia vibratória da base de uma máquina ou equipamento instalado, para uma placa reforçada, baseou-se em uma placa de área relativamente reduzida, da ordem de 4 m^2 . Porém, as proporções das vigas de reforço e da espessura da placa representam de forma satisfatória uma amostra de placas tipicamente usadas em plataformas *offshore*, sendo possível extrair conclusões importantes sobre o comportamento dinâmico destas estruturas e do fluxo de energia vibratória, conforme serão resumidas a seguir.

A densidade modal da placa mostrou-se sensível à presença das vigas de reforço, as quais foram modeladas numericamente, por elementos finitos, com elemento de casca. Nas baixas frequências as vigas proporcionaram um enrijecimento da placa, diminuindo as quantidades de modos. Nas altas frequências, os modos próprios das vigas são adicionados aos da placa, tal que o cálculo da densidade modal pode ser determinada com boa precisão em função de uma nova área, que é a área da placa somada à área das vigas (almas e abas).

A determinação da resposta da placa na forma de velocidade quadrada média no tempo e no espaço requer um número razoável de pontos distribuídos ao longo da área da placa, que é da ordem de 200 pontos por metro quadrado. Desta forma, os valores médios calculados nas frequências de ressonância do conjunto, as quais armazenam a grande maioria da energia vibratória, apresentam erros máximos da ordem de 0,5 dB, o que é considerado aceitável.

O modelo numérico da base proposta para esta análise apresentou bons resultados comparados aos experimentais, usados para validar o modelo de elementos finitos. Trata-se de uma estrutura de geometria simples, mas que, mesmo assim, os resultados experimentais apresentam pequenas divergências quanto aos comparados aos numéricos.

O modelo numérico da placa reforçada apresentou apenas razoáveis quando comparados aos experimentais. Isto se deve à dificuldade encontrada de soldar as vigas à placa ao longo de todas as linhas de união, devido ao risco de empenamento da placa. Por este motivo, as vigas foram soldadas em pontos distantes de 10 cm entre si, e nos espaços intermediários a estes pontos, foi aplicada solda estrutural. Foram encontrados desvios nos valores de várias frequências de ressonâncias, entretanto, os valores das amplitudes indicam boa concordância.

A análise dos vários tipos de excitação aplicada À base indicou que, nas baixas frequências, forças com fases invertidas transferem menores quantidades líquidas de energia vibratória para a placa, comparadas ao caso de forças com fases iguais. Entretanto nas altas frequências os valores tendem a coincidir. Isto pode ser explicado com base na variação do comprimento das ondas de flexão na placa, principalmente. Nas baixas frequências, os maiores comprimentos de ondas, comparados às dimensões da base, proporcionam excitações que se cancelam entre si quando defasadas. Nas altas frequências, os comprimentos de ondas são menores fazendo com que as excitações tornam-se independentes entre si. Pode-se então considerar cada ponto de excitação como ponto de transferência de energia a placa, independente dos demais pontos.

A análise referente à localização da base em relação às vigas de reforço indicou que as vigas de reforço exercem grande influência na capacidade da placa de absorver energia vibratória da base. Conclui-se que quanto mais rígidas as vigas de reforço menor o fluxo de energia vibratória para a placa. Este fluxo deve ser sempre minimizado, pois se sabe que a placa é quem armazena a maior parcela da energia vibratória, pois apresenta grandes amplitudes de deslocamento transversal.

Ao serem variadas as dimensões das vigas tipo C, que formam a base, foi possível observar os efeitos de inércia e de aumento de rigidez na redução do fluxo de energia vibratória para a placa, conforme esperado. A contribuição é tanto maior quanto maiores forem estes efeitos em relação à rigidez das vigas que servem de reforço à placa.

Sugestões para trabalhos futuros

- Avaliar quantitativamente os efeitos da base considerando as impedâncias das vigas que servem de sustentação;
- Avaliar vãos maiores de placas, e vigas com dimensões mais próximas das reais, a fim de validar as conclusões apresentadas neste trabalho;
- Analisar os vários tipos de carregamento concentrados e distribuídos, com fase relativas entre si, ao longo da faixa de interesse, do ponto de vista de comprimento de onda de flexão na placa.

Apêndice A

Parte Real das Mobilidades Pontuais em Placas Reforçadas e Placas Simplesmente Apoiadas

A.1) Placa Plana Reforçada

Os Gráficos deste apêndice pertencem a análise do item 4.3 do Capítulo 4. As conclusões obtidas nestes intervalos são as mesmas já obtidas em outros intervalos da placa plana reforçada por vigas do mesmo item, por este motivo só serão apresentados os resultados (gráficos).

- Intervalo $x = 1.125\text{m}$ e $y = (0.40\text{m}, 0.80\text{m})$:

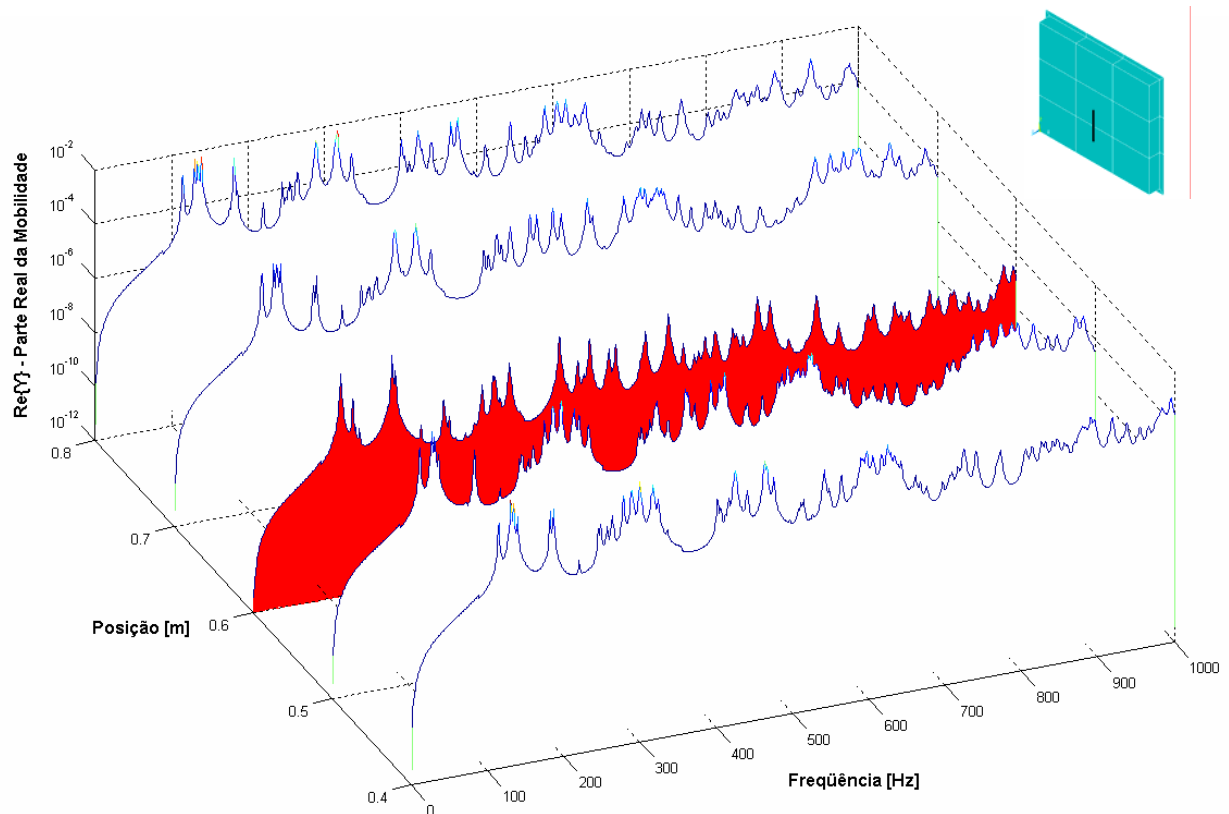


Gráfico A.1: Parte Real das Mobilidades pontuais da placa plana reforçada no intervalo $y = 1.125\text{m}$ e $x = (0.40\text{m} - 0.80\text{m})$ no intervalo de frequência de 0 até 1kHz.

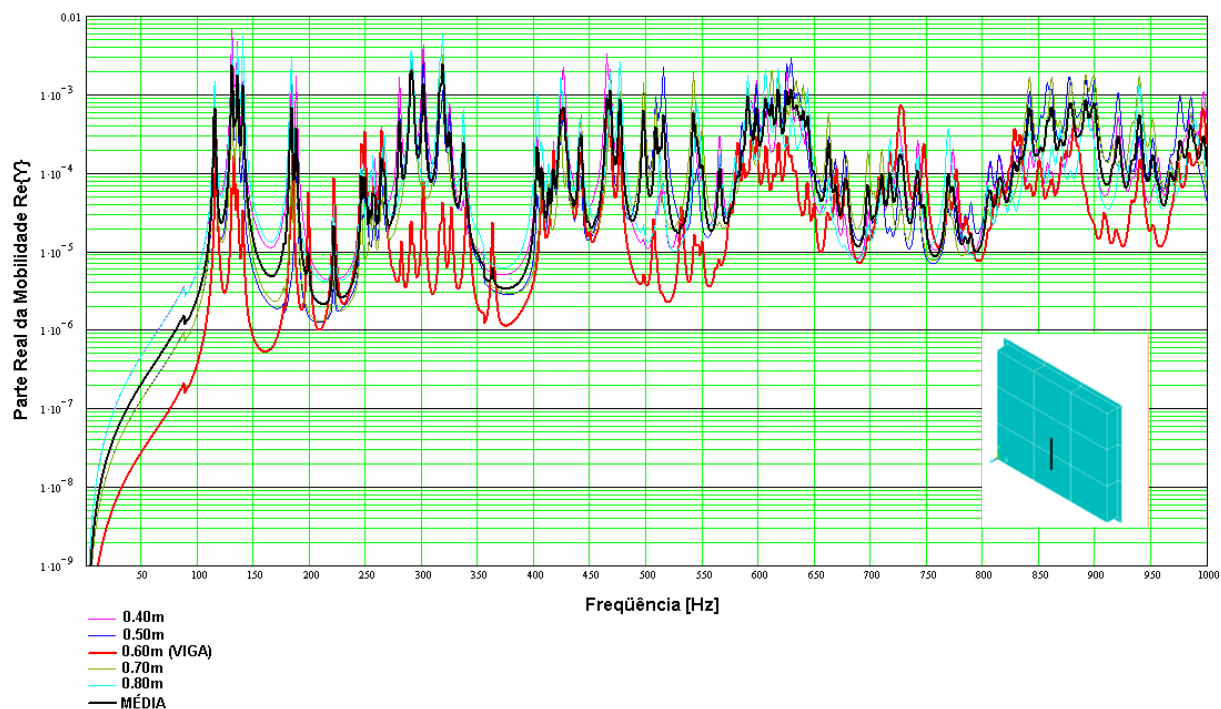


Gráfico A.2: Parte Real das Mobilidades pontuais da placa plana reforçada no intervalo $y = 1.125\text{m}$ e $x = (0.40\text{m} - 0.80\text{m})$ no intervalo de frequência de 0 até 1kHz.

- **Intervalo $x = 0.725\text{m}$ e $y = (0.40\text{m}, 1.10\text{m})$:**

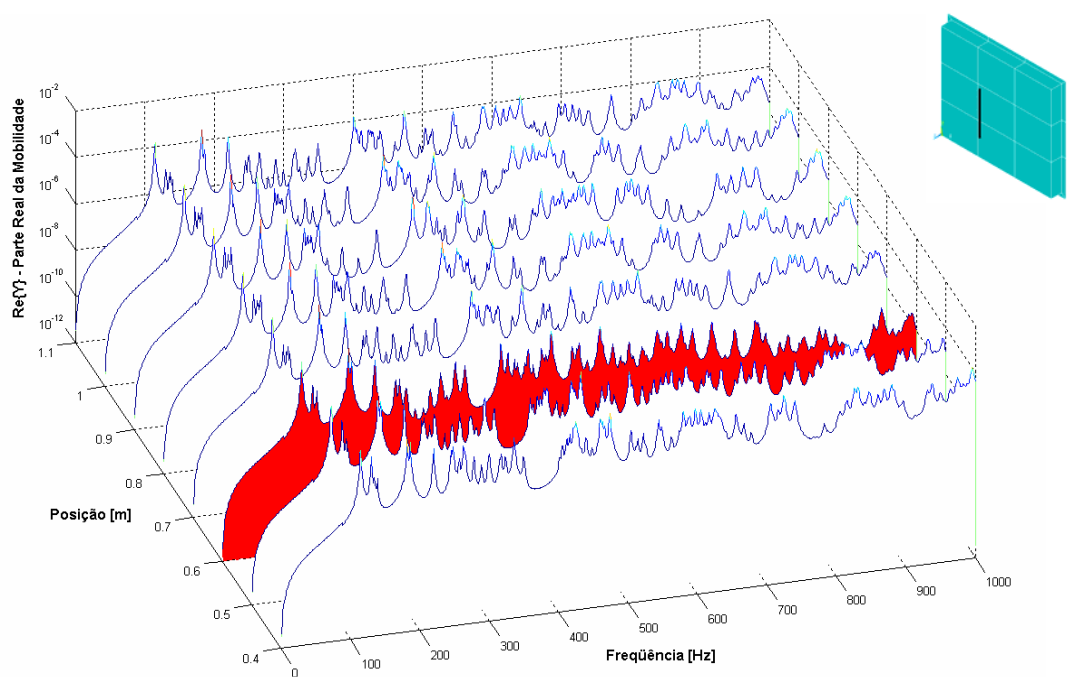


Gráfico A.3: Parte Real das Mobilidades pontuais da placa plana reforçada no intervalo $y = 0.725\text{m}$ e $x = (0.40\text{m} - 1.10\text{m})$ no intervalo de frequência de 0 até 1kHz.

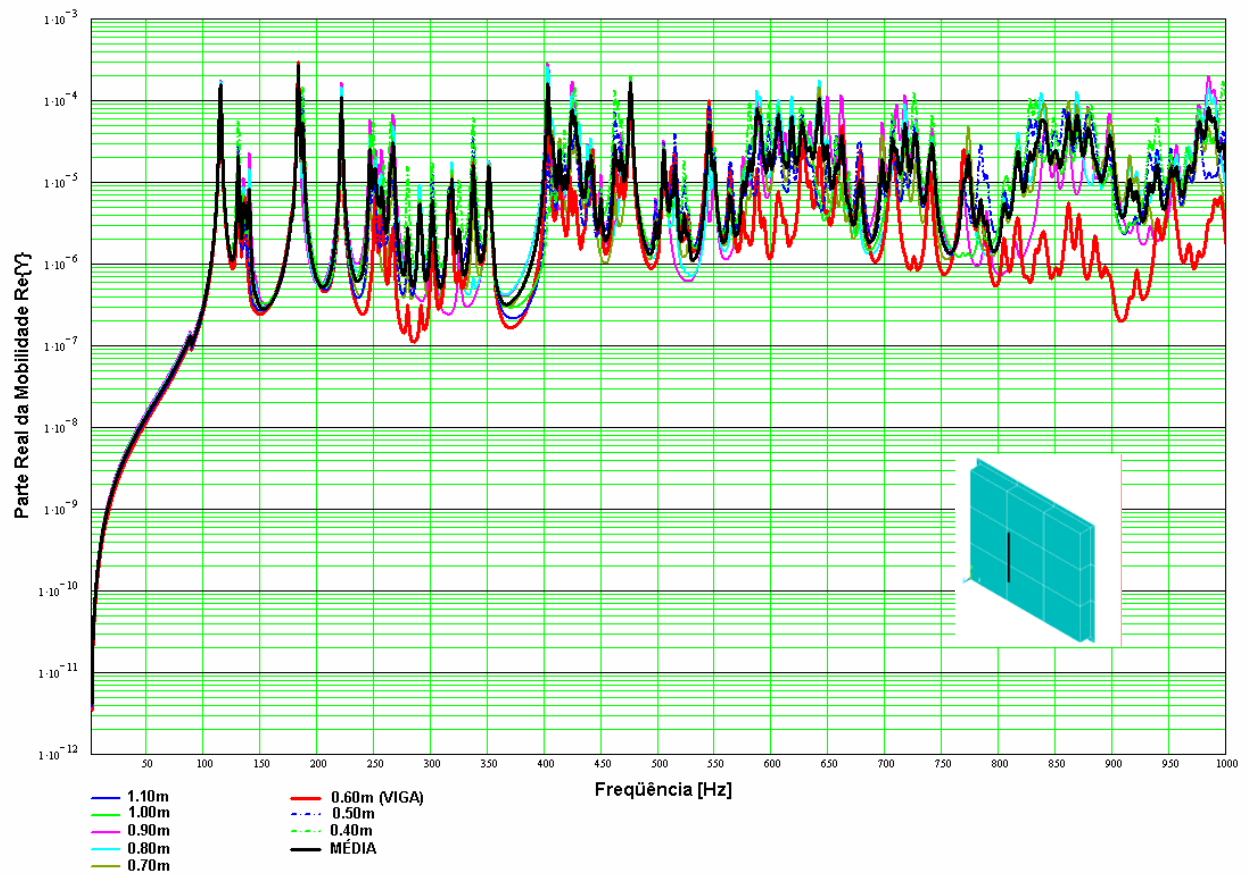


Gráfico A.4: Parte Real das Mobilidades pontuais da placa plana reforçada no intervalo $y = 0.725\text{m}$ e $x = (0.40\text{m} - 1.10\text{m})$ no intervalo de frequência de 0 até 1kHz.

A.2) Placa Plana Simplesmente Apoiada

Os Gráficos deste item também pertencem a análise do item 4.3 do Capítulo 4. As conclusões obtidas nestes intervalos são as mesmas já obtidas em outros intervalos da placa plana simplesmente apoiada do mesmo item, por este motivo só serão apresentados os resultados (gráficos).

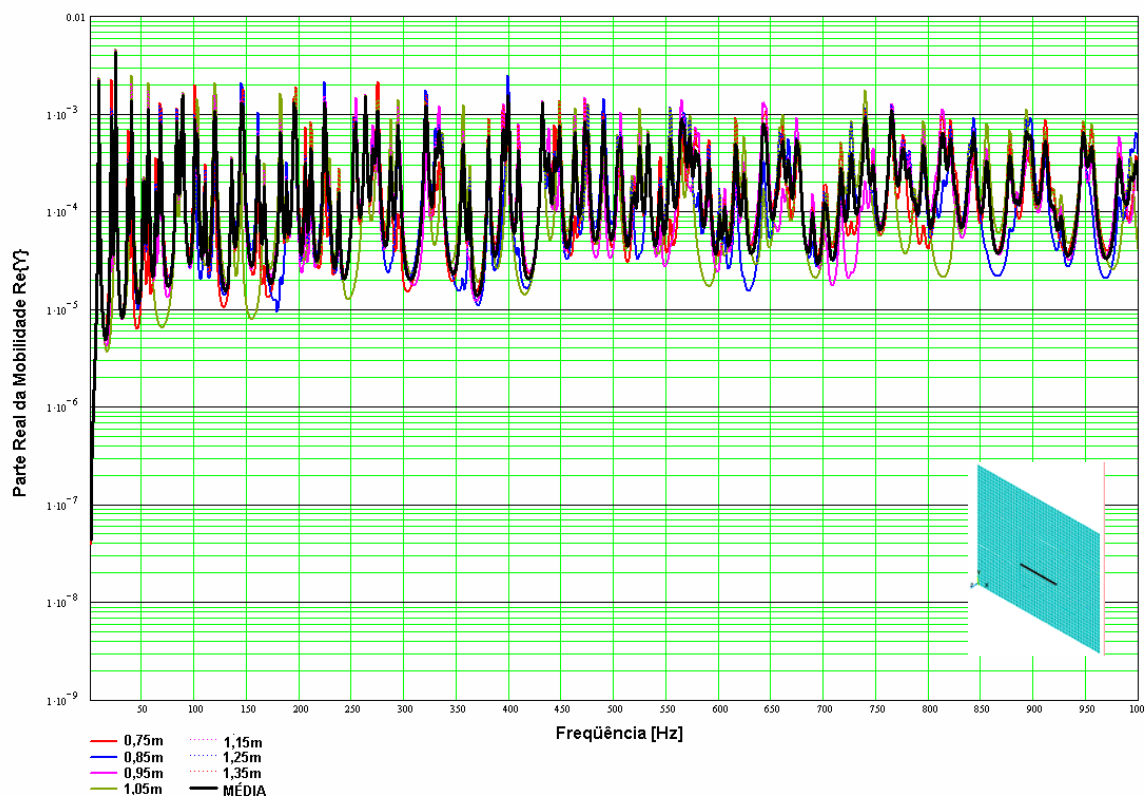


Gráfico A.5: Parte Real das Mobilidades pontuais da placa plana simplesmente apoiada no intervalo $y = 0.675\text{m}$ e $x = (0.75\text{m} - 1.35\text{m})$ no intervalo de frequência de 0 até 1kHz.

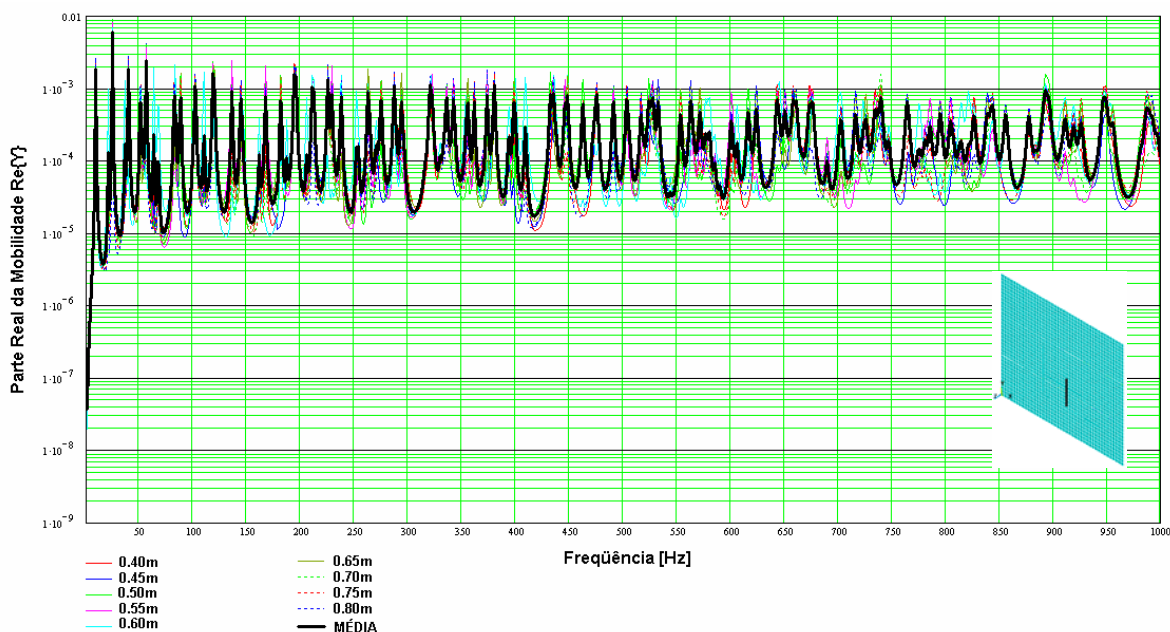


Gráfico A.6: Parte Real das Mobilidades pontuais da placa plana simplesmente apoiada no intervalo $x = 1.125\text{m}$ e $y = (0.40\text{m} - 0.80\text{m})$ no intervalo de frequência de 0 até 1kHz.

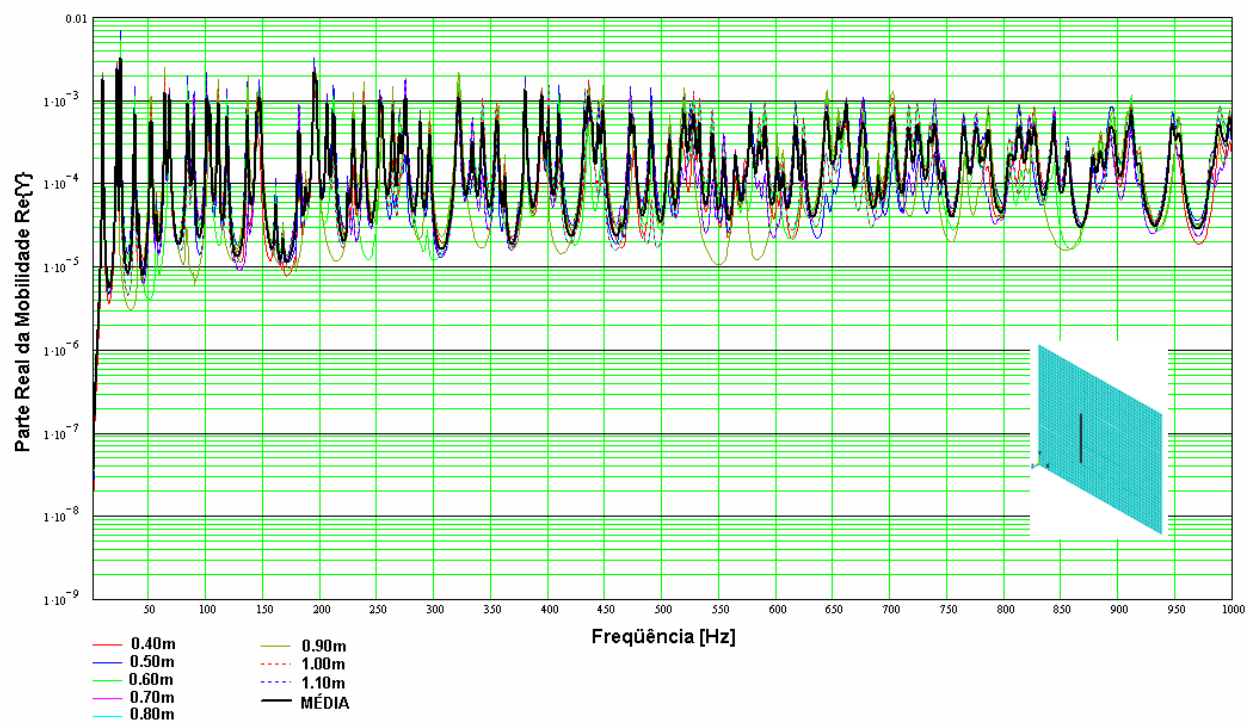


Gráfico A.7: Parte Real das Mobilidades pontuais da placa plana simplesmente apoiada no intervalo $x = 0.725m$ e $y = (0.40m - 1.10m)$ no intervalo de frequência de 0 até 1kHz.

Tabela A.1: Frequências naturais da placa reforçada por vigas T invertidas.

114.35	425.46	608.28	768.72	896.50
130.11	426.24	608.68	772.99	899.36
130.36	427.46	611.86	783.65	914.74
132.54	429.48	613.82	789.16	919.58
134.99	433.63	617.37	804.49	921.17
135.33	437.05	618.62	805.95	935.66
136.81	440.15	623.01	806.14	938.08
137.22	441.45	625.20	808.71	938.18
140.07	449.07	626.72	816.42	942.18
182.76	461.24	628.11	817.43	943.77
186.99	464.13	629.07	819.93	950.93
220.43	467.02	629.35	828.79	953.37
245.94	475.24	632.41	829.06	956.48
248.79	475.83	633.22	832.29	964.58
250.63	497.11	633.74	836.62	967.01
253.74	505.49	636.26	836.71	967.55
256.28	508.33	638.97	840.73	975.11
257.89	512.20	641.61	840.88	977.63
263.64	515.17	643.16	841.69	980.05
264.35	523.99	648.74	847.23	984.57
266.45	527.70	653.01	848.10	986.04
279.29	542.34	654.99	850.01	989.22
289.49	545.32	661.43	850.31	989.29
290.64	549.97	661.48	851.96	994.36
291.26	551.06	667.94	856.66	996.61
300.63	563.72	676.25	857.90	997.41
302.83	565.00	678.24	860.26	
315.49	574.74	697.34	860.55	
316.00	578.64	703.03	860.94	
318.09	581.04	705.73	868.14	
324.55	586.05	709.80	869.93	
336.01	587.29	711.00	876.04	
349.76	590.05	717.28	878.03	
401.90	593.93	725.01	881.00	
406.43	594.34	725.41	884.94	
412.17	597.78	726.82	886.22	
412.59	601.83	738.39	887.47	
416.87	602.80	739.67	891.36	
421.78	605.57	741.22	892.63	
423.55	605.96	768.57	895.97	

Apêndice B

Frequências Naturais da Placa Reforçada com a Base Acoplada nas 3 Configurações

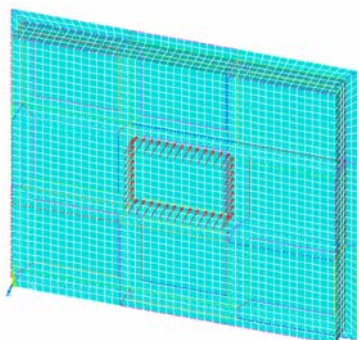
	Modo	Canto			Centro			Frente			Modo	Canto			Centro			Frente			Modo	Canto			Centro			Frente		
		Freq [Hz]	Natural		Freq [Hz]	Natural		Freq [Hz]	Natural			Freq [Hz]	Natural		Freq [Hz]	Natural		Freq [Hz]	Natural			Freq [Hz]	Natural		Freq [Hz]	Natural		Freq [Hz]	Natural	
1	129,07	129,53	127,68	31	409,06	370,91	402,86	61	570,02	539,44	562,1	91	652,58	632,65	644,83	121	811,6	786,91	803,84	151	904,38	879,7	889,54							
2	132,58	132,22	132,99	32	414,23	393,59	406,73	62	574,79	547,68	565,98	92	660,12	634,8	648,22	122	815,93	787,65	804,7	152	908,81	883,7	889,99							
3	135,23	133,05	133,36	33	415,6	411,01	412,83	63	580,16	549,91	572,79	93	664,56	636,03	653,7	123	816,71	803,3	809,3	153	912,13	886,12	893,56							
4	136,53	133,32	135,68	34	418,8	411,06	413,75	64	583,45	564,46	573,79	94	667,93	636,23	653,84	124	819,72	804,47	813,06	154	920,86	890,19	895,93							
5	137,3	135,32	136,88	35	424,1	414,16	421,71	65	585,31	567,87	577,78	95	673,33	637,15	658,26	125	824,05	805	818,38	155	924,93	892,58	897,55							
6	187,93	136,84	137,31	36	426,14	416,81	423,95	66	591,26	569,84	578,76	96	674,01	653,72	660,54	126	828,64	807,49	819,9	156	929,04	893,29	906,01							
7	204,89	138,23	139,28	37	429	417,87	425,7	67	592,2	578,82	584,23	97	686,31	653,93	665,35	127	833,35	813,19	826,43	157	931,27	895,29	919,77							
8	228,1	139,42	185,91	38	432,24	425,47	428,37	68	594,01	580,48	585,93	98	694,21	668,05	671	128	835,17	814,97	827,76	158	933,4	895,82	920,57							
9	246,67	194,25	195,74	39	435,15	425,76	430,94	69	597,28	580,95	587,94	99	699,87	662,2	674,85	129	838,41	820,77	831,1	159	936,31	900,55	921,39							
10	248,06	187,94	232,88	40	440,25	426,19	434,95	70	599,45	587,1	593,25	100	701,79	663,91	675,57	130	842,06	826,78	835,66	160	938,42	904,79	927,12							
11	249,54	233,65	249,22	41	440,96	428,77	437,57	71	602,8	590,24	598,67	101	710,97	669,65	680,42	131	844,95	827,27	838,66	161	942,25	922,21	932,73							
12	253,55	234,74	252,18	42	449,86	432,74	441,57	72	604,87	593,11	599,47	102	711,97	677,18	703,33	132	846,54	833,06	841,15	162	942,87	923,01	934,79							
13	255,97	249,14	256,47	43	461,76	435,58	445,42	73	606,96	593,31	602,29	103	714,49	677,89	704,95	133	848,08	836,7	843,53	163	948,08	928,53	935,7							
14	263,86	250,23	257,88	44	466,5	436,18	453,34	74	608,11	597	603,76	104	723,19	678,16	707,28	134	850,4	846	848,65	164	951,43	933,08	939,05							
15	265,02	253,6	260,25	45	469,31	437,19	454,93	75	610,19	598,38	606,87	105	727,82	678,92	710,93	135	852,64	846,99	849,73	165	957,46	933,48	940,53							
16	266,63	258,27	263,13	46	488,56	439,97	455,94	76	611,58	604,75	608,59	106	729,96	704,19	722,86	136	856,11	846,3	850,45	166	963,09	938,43	941,44							
17	288,08	259,06	264,44	47	503,84	454,54	467,02	77	614,06	605,18	611	107	740,31	706,3	723,31	137	858,36	847,8	853,64	167	963,63	939,58	948,04							
18	290,84	263,31	278,28	48	512,4	456,14	468,54	78	618	608,23	612,04	108	746,56	709,9	729,33	138	862,25	848,14	856,4	168	972,86	950,06	953,28							
19	294,86	264,89	280,5	49	517,6	461,83	478,29	79	619,44	609,15	617,72	109	754,43	711,42	732,63	139	864,59	849,27	857,4	169	974,5	952,24	962,59							
20	301,89	265	291,03	50	522,71	464,47	486,32	80	622,53	609,16	619,22	110	765,83	716,76	737,42	140	867,73	852,73	857,94	170	976,34	959,48	964,18							
21	310,24	281,96	294,63	51	530,6	471,58	502,92	81	625,27	612,66	620,47	111	772,1	722,02	742,38	141	872,32	852,81	861,78	171	980,27	966,8	967,73							
22	316,17	291,06	303,8	52	530,73	480,4	506,19	82	629,61	616,11	622,46	112	782,46	722,93	745,23	142	873,52	856,74	862,05	172	985,06	967,21	980,12							
23	327,57	291,99	304,67	53	537,12	500,03	512,83	83	629,84	619,12	624,09	113	784,58	725,33	754,07	143	875,89	857,75	865,42	173	989,21	969,86	981,61							
24	344,99	301,86	316,23	54	544,13	505,55	517,49	84	629,46	621,89	627,45	114	787,02	727,36	765,82	144	880,26	858,24	866,25	174	990,55	975,35	985,18							
25	348,02	304,19	317,04	55	548,78	508,29	524,57	85	633,84	625,2	628,25	115	795,58	737,81	769,47	145	884,08	861,56	869,27	175	992,32	978,52	987,26							
26	350,27	304,28	317,28	56	550,3	511,15	530,51	86	634,45	627,43	629,24	116	800,15	738,9	770,3	146	887,26	864,55	871,81	176	995,15	979,66	989,45							
27	352,32	316,47	328,84	57	553,16	516,7	539,74	87	635,89	627,98	633,93	117	801,75	741,52	772,07	147	888,08	865,04	873,98	177	997,74	979,88	991,71							
28	393,02	316,89	358,79	58	560,8	523,6	545,07	88	643,46	628,38	634,51	118	804,22	754,36	783,1	148	890,67	870,57	879,28	178	1000,6	983,67	994,03							
29	395,9	325,76	372,69	59	562,92	523,65	547,51	89	647,16	629,93	636,46	119	808,71	768,86	793,49	149	893,08	871,89	884,93	179	1008,1	989,35	1001,4							
30	407,92	358,7	398,33	60	566,76	528,42	550,81	90	649,01	630,45	640,43	120	810,79	777,01	800,59	150	896,96	877,73	889	180	1009,9	991,82	1003							

Apêndice C

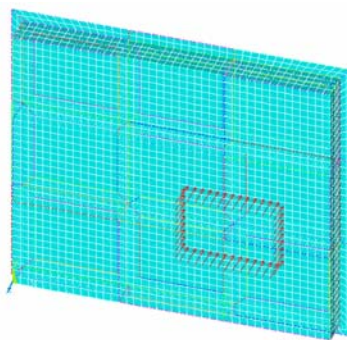
Excitações sobre a Placa Reforçada

Abaixo, são mostrados os tipos de excitações aplicadas na placa reforçada (Item 5.4).

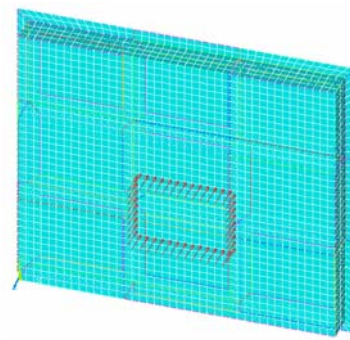
- Tipo 01: Distribuída;



Tipo 01 - Centro

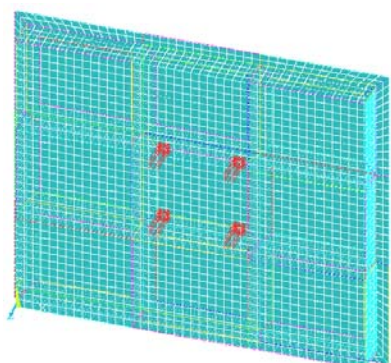


Tipo 01 - Canto

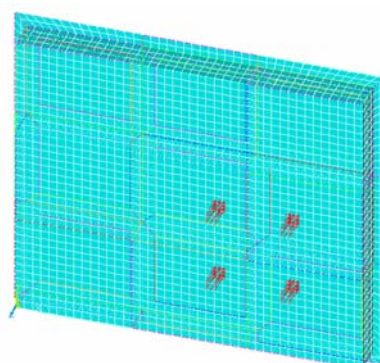


Tipo 01 - Frente

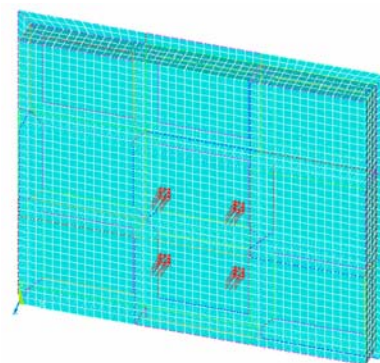
- Tipo 02: Concentrada em 4 pontos (todas com mesma fase);



Tipo 02 - Centro

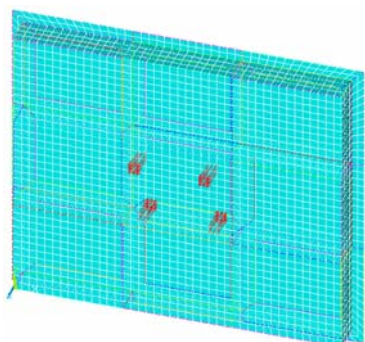


Tipo 02 - Canto

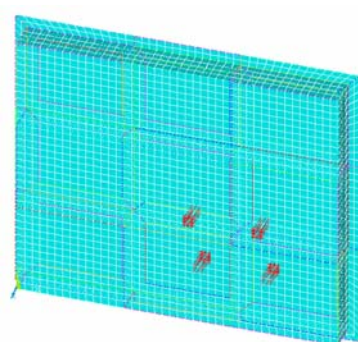


Tipo 02 - Frente

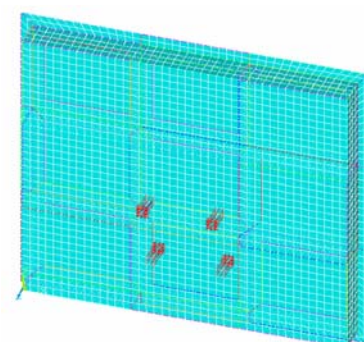
- Tipo 03: Concentrada em 4 pontos (defasadas em 180° na direção longitudinal);



Tipo 03 - Centro

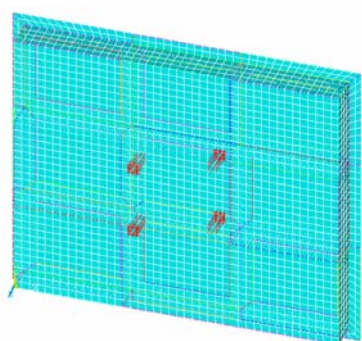


Tipo 03 - Canto

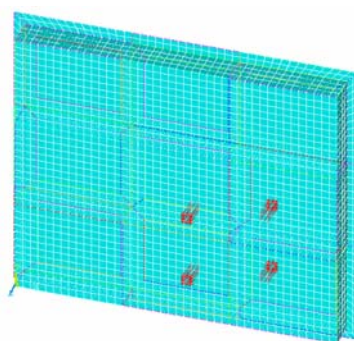


Tipo 03 - Frente

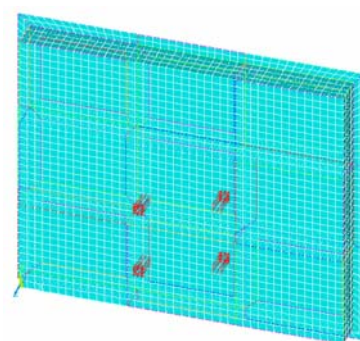
- Tipo 04: Concentrada em 4 pontos (defasadas em 180° na direção transversal);



Tipo 04 - Centro

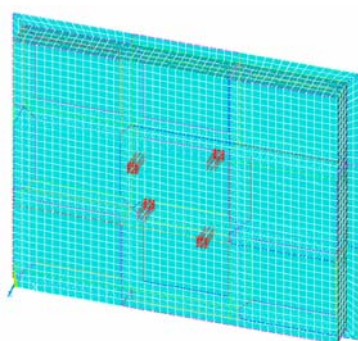


Tipo 04 - Canto

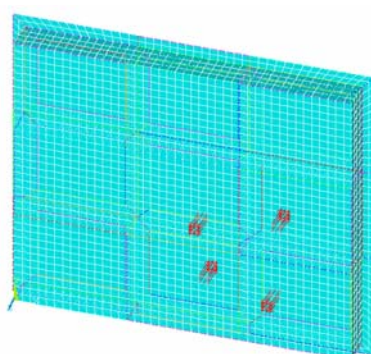


Tipo 04 - Frente

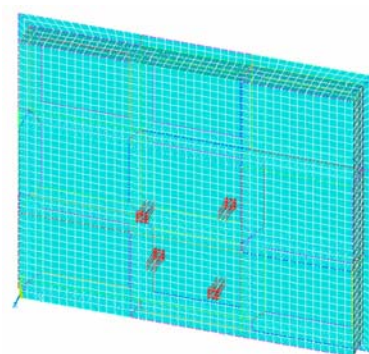
- Tipo 05: Concentrada em 4 pontos (defasadas em 180° na direção diagonal).



Tipo 05 - Centro



Tipo 05 - Canto



Tipo 05 - Frente

Apêndice D

Resultados Referentes à Variação da Espessura da Base

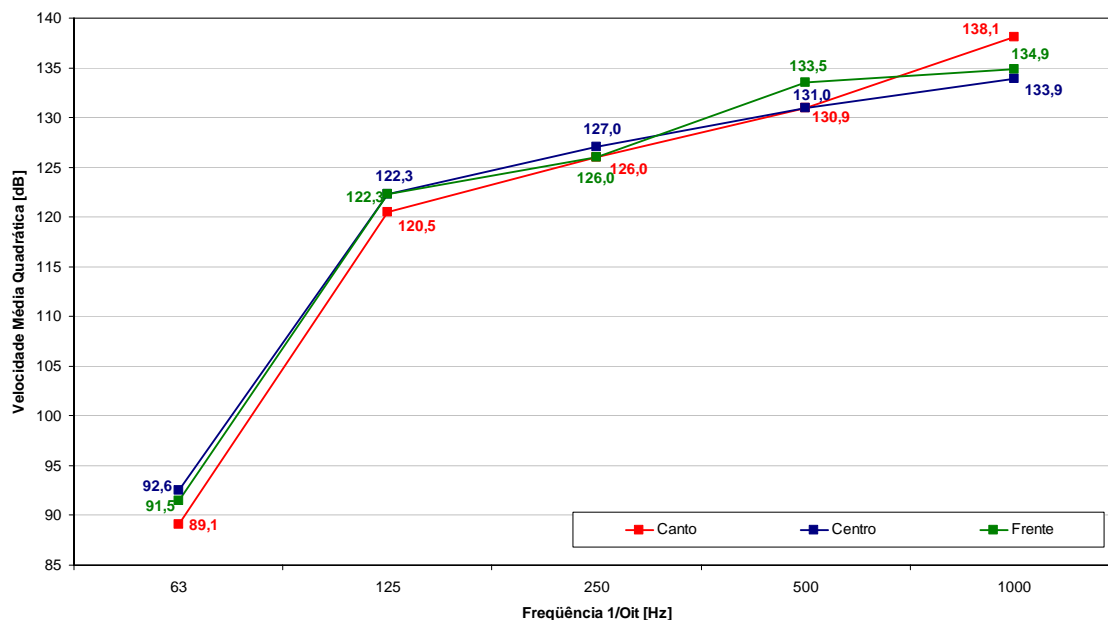


Gráfico D.1: Comparação da velocidade média quadrática entre as bases com espessura de alma e abas de 5mm.

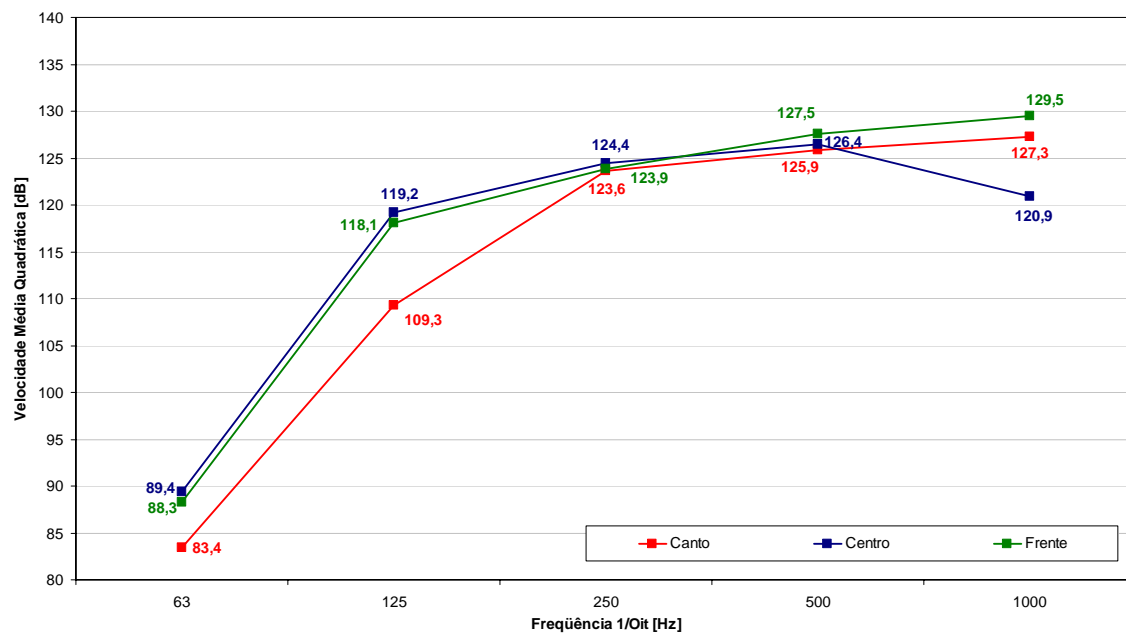


Gráfico D.2: Comparação da velocidade média quadrática entre as bases com espessura de alma e abas de 10mm.

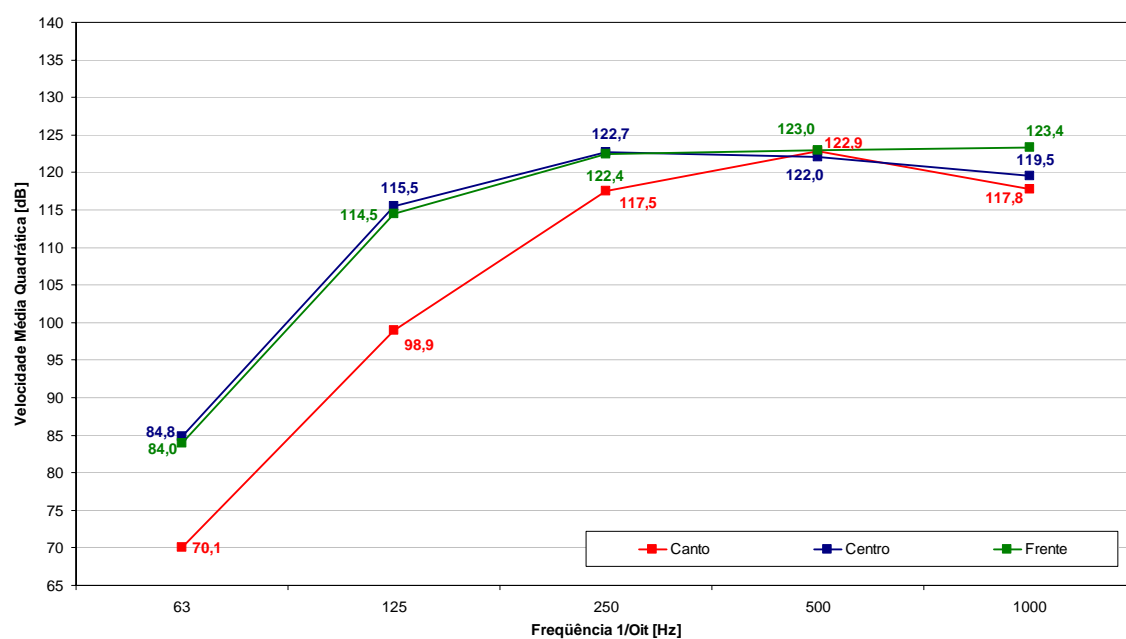


Gráfico D.3: Comparação da velocidade média quadrática entre as bases com espessura de alma e abas de 20mm.